

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РФ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Веровочкин Ю.Г., Кузнецов А.А.,
Падалка Н.М., Скорохватов Н.А.,
Стрижкин И.И., Феофилактова Т.В.

**СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО МЕХАНИКЕ**

Для студентов I курса
дневного отделения

Москва 2006

Составители: Веревошкин Ю.Г., Кузнецов А.А.,
 Падалка Н.М., Скорохватов Н.А.,
 Стрижкин И.И., Феофилактова Т.В.

Сборник задач по механике. Под редакцией проф. Ю.А. Ильина
 —М., Изд.МИНГАиК, 2006, 44 с.

Сборник задач составлен в соответствии с утвержденной программой курса «ФИЗИКА», рекомендован кафедрой физики к изданию.

В сборнике наряду с вариантами контрольной работы содержатся разбор характерных задач и краткие теоретические сведения, что должно помочь студентам при самостоятельном решении задач.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ МЕХАНИКИ

Кинематика

| Поступательное движение | Вращательное движение |
|--|--|
| $\bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt}; \bar{a} = \frac{d\bar{V}}{dt}$ | $\bar{\omega} = \frac{d\bar{\varphi}}{dt}; \bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt}$ |
| Равномерное движение | |
| $V_x = const$ | $\omega_z = const$ |
| $x = x_0 + V_x t$ | $\varphi = \varphi_0 + \omega_z t$ |
| Движение с постоянным ускорением | |
| $a_x = const$ | $\varepsilon_z = const$ |
| $V_x = V_{0x} + a_x t$ | $\omega_z = \omega_{0z} + \varepsilon_z t$ |
| $x = x_0 + V_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ | $\varphi = \varphi_0 + \omega_{0z} t + \frac{\varepsilon_z t^2}{2}$ |

Связь между угловыми и линейными величинами:

Связь угла поворота φ и числа оборотов N : $\varphi = 2\pi N$;

Связь циклической частоты ω (рад/с) с частотой вращения n (об/с):

$$\omega = 2\pi n$$

$$s = \varphi R; V = \omega \cdot R; a_t = \varepsilon R; a_n = \omega^2 R = \frac{V^2}{R}$$

Полное ускорение: $\bar{a} = \bar{a}_t + \bar{a}_n$;

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$\text{Средняя скорость перемещения: } \langle \bar{V} \rangle = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}; \langle V_x \rangle = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Средняя гравитационная скорость: $\langle v \rangle = \frac{V_1}{\Delta t}$

График ускорения: $\langle \ddot{a} \rangle = \frac{\Delta \dot{V}}{\Delta t}$; $\langle a \rangle = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$

Движение тела в поле тяжести:

по горизонтали: $x = x_0 + V_x t$

$V_x = V_0 \alpha$

по вертикали: $y = y_0 + V_{0y} t + \frac{g t^2}{2}$

$V_y = V_0 \beta + g t$

Динамика

Изменение материальной точки: $\vec{p} = m \vec{v}$

Второй закон Ньютона: $\vec{F} = m \vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, где $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$

Кинематика центра масс системы материальных точек:

$X_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$; $Y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$; $Z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$

Одна точка системы: $F = \mu \Delta v$

Сила упругости: $F_s = -kx$

Закон всемирного тяготения: $F = G \frac{Mm}{r^2}$

Сила тяжести: $F = mg$, где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ (вср); где h — высота; Закон Паскаля для неподвижной жидкости

Закон сохранения импульса: $\vec{p} = \sum m_i \vec{v}_i = \text{const}$ или

4

$F_{\text{вес}} = P_{\text{вес}}$, если $\sum F_{\text{вес}} = 0$

Работа постоянной силы на перемещении Δr : $A = (F \Delta r) = P \Delta v \cos \alpha$

Работа переменной силы: $A = \int_C (F dr) = \int_C F \cos \alpha dr$

Кинетическая энергия: $W = \frac{mV^2}{2}$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия: $U = -G \frac{Mm}{r}$

Кинетическая энергия гравитационного взаимодействия материальной точки массой m в поле массы M :

$U = -G \frac{Mm}{R+h}$, где R — радиус Земли, h — высота над поверхностью Земли

Потенциальная энергия в поле тяжести при условии $h \ll R$: $U = mgh$

Потенциальная энергия упруго деформируемого тела: $U = \frac{kx^2}{2}$

Полная консервативная сила: $A_{\text{конс}} = U_{\text{кин}} - U_{\text{пот}}$

Работа неконсервативных сил: $A_{\text{неконс}} = E_{\text{кин}} - E_{\text{пот}}$, где $E = U + W$ — полная механическая энергия

Закон сохранения механической энергии: $E_{\text{кон}} = E_{\text{кин}}$, если $A_{\text{неконс}} = 0$; или $E = W + U = \text{const}$

5

Тематические вопросы, изучаемые в 1 семестре.

КИНЕМАТИКА

1. Свободное падение. Траектория, путь и перемещение. (§17)
2. Векторы и действия над ними. (§1)
3. Скорость и ускорение как производные радиус-вектора по времени (§2)
4. Равномерное и равноускоренное движение. (§2)
5. Угловая скорость и ее связь с линейной скоростью. (§4)
6. Нормальное, тангенциальное и угловое ускорения (§3, 4)
7. Связь между углами и линейными величинами угловений и скорости вращения тела вокруг неподвижной оси. Равномерное и равноускоренное движение по окружности. (§4)

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

1. Закон инерции и инерциальные системы отсчета. Преобразование Галилея. (§5)
2. Масса. Сила. Второй и третий законы Ньютона. (§6, 7)
3. Внутренние материальные точки и системы материальных точек. (§9)
4. Закон сохранения импульса замкнутой системы. (§9)
5. Центр масс системы материальных точек и закон его движения. (§9)
6. Сила в механике. (§8, 22)

РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

1. Работа переменной силы. Мощность. (§11)

Номера параграфов даны по изданиям: Т.И. Трофимов. Курс физики. М. Высшая школа, 1998.

2. Количественная мера энергии системы и ее связь с работой внешних и внутренних сил. (§17, 2)
3. Потенциальная энергия и ее связь с работой консервативных сил. (§12)
4. Потенциальная энергия материальной точки в однородном поле тяжести, деформации пружинного тела. Потенциальная энергия поля тяжести. (§12, 23)
5. Потенциальная энергия системы материальных точек. Законы сохранения и обобщенные координаты механической энергии. (§13, 15)

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

1. Гармонические колебания. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний. (§3, 46; 141)
2. Упругие гармонические колебания. Математический маятник. (§1, 40; 141)
3. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты. Баттунг. (§3, 44)
4. Сложение взаимно-перпендикулярных гармонических колебаний. Фигуры Лиссажу. (§1, 45)
5. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение. (§1, 46)
6. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение. (§1, 47)
7. Амплитуда и фаза вынужденных колебаний. Резонанс. (§1, 48)
8. Превращение и поглощение волны в упругой среде. Уравнение бегущей волны. Энергия волны. (§1, 53)

Пример 1. Материальная точка движется по окружности радиуса $R=0,1$ м со скоростью $v=A+3Bt^2$, где $A=54$ рад/с, $B=2$ рад/с². Через какое время после начала движения скорость точки будет равна нулю? Найти в этот момент полное ускорение точки.

Решение. В условии даны кинематический закон притока движения материальной точки, но которого можно определить зависимость угловой скорости ω от времени:

$$\omega = \frac{dv}{dt} = A + 3Bt^2, \quad \epsilon = \frac{d\omega}{dt} = 6Bt$$

Найдем скорость скатания с угловой скоростью

$$v = \omega R$$

По условию $v=0$, поэтому $\omega=0$, или $A+3Bt^2=0$

Откуда найдем время $t = \sqrt{\frac{A}{3B}}$

Нормальное ускорение $a_n = \omega^2 R = 0$

Тангенциальное ускорение $a_\tau = R\epsilon = 6BR$

Полное ускорение $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = a_\tau$

Произвольное вычисление $\epsilon = \frac{3A}{3t-2B} = 3\epsilon$

$$a_n = 6 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot 0,1 = -3,6 \text{ м/с}^2$$

$$a_\tau = 6 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot 0,1 = -3,6$$

$$a = -3,6 \text{ м/с}^2$$

Пример 2

Тело брошено с некоторой высоты горизонтально со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения через время $t=1$ с после начала движения тела.

Решение.

Как видно из рис. оставшиеся ускорения по направлению нормали $a_n = g$ и по направлению касательной $a_\tau = 0$.

Углы α между нормалью и ускорением g равен углу между горизонтальной составляющей скорости v_x и скоростью v , так как эти углы с взаимно перпендикулярными сторонами v_y , горизонтальной и вертикальной, образуются. $g = v$ на траектории по касательной и потому перпендикулярны нормали (см. Сечение решения). $\sin \alpha = v_y/v$ и $\cos \alpha = v_x/v$. Значения v_x и v_y в зависимости от времени t определяются уравнениями (1), (2) и (3):

$$v_x = v_0 \quad (1)$$

$$v_y = gt \quad (2)$$

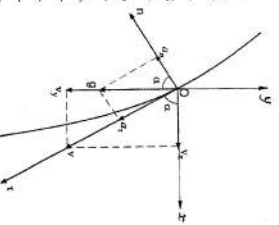
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} \quad (3)$$

И результирующее ускорение $a_n = \frac{g v_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}} = 8,3 \text{ м/с}^2$ и

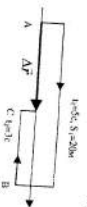
$$a_\tau = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}} = 5,4 \text{ м/с}^2$$

Пример 3

Тело, движась равномерно, прошло за время $t_1=5$ с расстояние $S_1=20$ м, затем, начав ускоренно, прошло еще 4 м, двигаясь 3 с. Найти среднюю скорость, начавшегося тела и среднюю полную скорость за все время.



Анализ. В задане речь идет о движении тела, характеризующимся заданной в данном случае величиной: время движения t , перемещение Δx , пройденный путь S , а также средняя скорость, перемещение $v = \Delta x/t$ и средняя лучшая скорость. Наряду с кинематическими характеристиками можно рассмотреть траекторию движения тела (в данном случае движение от А к В, после поворота от В к С) и его характеризующими на каждом этапе.



Решение. Из условия определяем, что пройденный путь $S = S_1 + S_2 + S_3$, а величина перемещения $\Delta x = S_1 - S_2 = 16$ м. Прямое время движения: $t_{пр} = t_1 + t_2$. Средняя скорость перемещения и путь находим из их определения:

$$v_p = \frac{\Delta x}{t} = \frac{S_1 - S_2}{t_1 + t_2} = \frac{16}{8} = 2 \text{ м/с};$$

$$v_p = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{24}{8} = 3 \text{ м/с};$$

Пример 4.

На краю пола длиной $l = 10$ м и высотой $h = 120$ см стоит человек массой $m_1 = 80$ кг. Человек прыгает на другой край пола. На сколько при этом прыжок выше или относительно берега? Путь находится в международной системе единиц от воды не учитывала.

Дано: $l = 10$ м, $h = 120$ см, $m_1 = 80$ кг. Решение: Путь и человек представляют замкнутую систему. Закон

10

$m_1 = 250$ кг, для нее вычисляется закон сохранения импульса:

$$m_2 v_2 = m_1 v_1 \quad (1)$$

где $v_1 = 0$ – импульс пола с человеком до того, как человек начал двигаться, v_2 – импульс пола с человеком во время движения человека.

Закон применим в системе отсчета, связанной с берегом, тогда

$$P_2 = m_2(V - U) = m_1 U, \quad (2)$$

где V – средняя скорость человека относительно пола, U – средняя скорость пола относительно берега.

Из (1) и (2) получим:

$$U = \frac{m_2 V}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

Тогда смещение пола относительно берега

$$S = U t, \quad (4)$$

где t – время движения человека по полу, а значит и пола относительно берега, т.е., когда человек останавливается, но закону сохранения импульса останется в покое.

С другой стороны:

$$l = V t,$$

откуда

$$t = \frac{l}{V}. \quad (5)$$

Подставим (3) и (5) в (4), получим:

$$S = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

Подставим в (6) численные значения, получим ответ: $S = 3$ см.

Пример 5

11

Земный шар массой 36 кг разорвался в вершине тросе траектории. При этом образовались 3 осколка. Два осколка разлетелись под углом 45° друг к другу, третий осколок, первого осколка массой 9 кг и радиус 60 мс , а скорость второго осколка 18 кг радиус 40 мс . Определить величину и направление скорости третьего осколка.

Решение:

Дано:
 $M = 36 \text{ кг}$ — масса осколка, подлежащего разрыву
 $m_1 = 9 \text{ кг}$ — масса осколка, разлетевшегося под углом 45°
 $m_2 = 18 \text{ кг}$ — масса осколка, разлетевшегося под углом 45°
 $v_2 = 40 \text{ мс}$ — скорость осколка, разлетевшегося под углом 45°
 $M_1 = 36 \text{ кг}$ — масса осколка, подлежащего разрыву
 $\alpha = 45^\circ$ — угол разлета осколка

и его скорости, даны право.

По закону сохранения импульса, импульс осколка до разрыва равен суммарному импульсу осколка после разрыва:

$$0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= m_1 \vec{V}_1 \\ \vec{F}_2 &= m_2 \vec{V}_2 \\ \vec{F}_3 &= m_3 \vec{V}_3. \end{aligned} \quad (2)$$

прямая масса третьего осколка $m_3 = M - m_1 - m_2 = 9 \text{ кг}$

Как следует из (1),

$$-\vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \quad (3)$$

Изобразим (1) и (3) на рисунке

Ось X направлена по \vec{F}_1 , а Y — по \vec{F}_2

По теореме Пифагора:

$$\begin{aligned} F_3 &= |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \\ &= \sqrt{(m_1 V_1)^2 + (m_2 V_2)^2} \end{aligned} \quad (4)$$

Подставим в (4) известные данные. F_3

получим

$$F_3 = 900 \text{ кг мс}^2$$

Поэтому $F_3 = m_3 V_3$, то $V_3 = \frac{F_3}{m_3} = 100 \text{ мс}$

Найдя угол, под которым полетит третий осколок относительно оси X

$$\text{где } \alpha = \frac{F_2}{F_3} = \frac{m_2 V_2}{m_3 V_3} = 4, \quad 1,33$$

$$\text{Откуда } \alpha = \text{arctg} \frac{4}{3} = 53^\circ$$

Выводы.

В непокояющемся шар ударяется другой шар, же шар. Под влиянием расчета шара. Удар считается нецентральной и упругим.

Дано:

$$m_1 = m_2 = m$$

$$V_2 = 0$$

$$\epsilon = 1$$

Для шара представляем в данной системе координат систему в которой действует сила упругости, деформируется сжатой пружиной, а сила пружины соответствует. Следовательно данной системе выполняется законы сохранения импульса и полной механической энергии.

Предположим, что скорость первого шара до удара U_1 , а скорость шара после удара — U_1' и U_2' соответственно.

По закону сохранения импульса:

$$A = B' + B_2' \quad (1)$$

где B' и B_2' — импульсы шара после удара.

Изобразим (1) графически.

Из прямоугольника ABC до стороны AC проведем

$$AE = A' + A_2' = 2B' (B_2' \cos \beta)$$

$$\text{или } m_1^2 U_1^2 = m_1^2 U_1'^2 + m_1^2 U_2'^2 = 2m_1^2 U_1 U_2' \cos \beta$$



или $U_1^2 = U_1'^2 + U_2'^2$

$$(1)$$

Т.к. потенциальная энергия шаров до и после удара одинакова, по закону сохранения полной механической энергии получим:

$$\frac{m_1 U_1^2}{2} = \frac{m_1 U_1'^2}{2} + \frac{m_1 U_2'^2}{2}$$

или

$$U^2 = U_1'^2 + U_2'^2 \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), найдем, что поскольку $U_1' \neq 0$ и $U_2' \neq 0$, то $\cos \beta = 0$, отсюда $\beta = 90^\circ$.

Т.к. ABCD — параллелограмм, то $\alpha = 90^\circ$, т.е. шари разлетятся под прямым углом.

Задача 7
Тело массой 1 кг , подвешенное на нити, приходит в вертикальной плоскости. На сколько сила натяжения нити в нижней точке будет больше, чем в верхней? Пренебрегаем сопротивлением воздуха при движении.

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$V_1 = V_2 = ?$$

Решение:

По II закону Ньютона в нижней

$$\text{точке } T_2 - m\vec{g} = m\vec{V}_2$$

или в проекции на ось y :

$$T_2 - m\vec{g} = mV_2 \quad (1)$$

где $g = \frac{V_2^2}{l}$ — центростремительное

ускорение тела в нижней точке. Тогда по (1)

$$T_2 = \frac{mV_2^2}{l} + m\vec{g} \quad (2)$$

Аналогично для верхней точки:

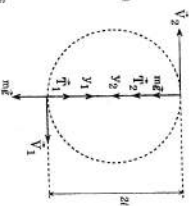
$$T_2 + m\vec{g} = m\vec{V}_2^2$$

или в проекции на ось z :

$$T_2 + m\vec{g} = mV_2^2$$

откуда

$$T_2 = \frac{mV_2^2}{l} - m\vec{g} \quad (3)$$



Поскольку по условию сила трения отсутствует, а сила упругости и жесткости консервативны, для замкнутой системы тело – Земля справедлив закон сохранения полной механической энергии. Выберем нулевой уровень отсчета высоты в нижней точке траектории, тогда потенциальная энергия тела в этой точке равна нулю и закон сохранения полной механической энергии будет иметь вид:

$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + 2mgl \quad (4)$$

Из (4):

$$v_2^2 = v_1^2 + 4gl \quad (5)$$

Подставим (5) в (3):

$$T_2 = \frac{mv_1^2}{l} - \frac{4glm}{l} - mg = \frac{mv_1^2}{l} - 5mg \quad (6)$$

Из (2) и (6):

$$T_1 - T_2 = \frac{mv_1^2}{l} + mg - \frac{mv_1^2}{l} + 5mg = 6mg$$

Ответ: $T_1 - T_2 = 6mg = 60\text{Н}$

Пример 8. Два тела (материальные точки) массами $m_1 = 0,3 \text{ кг}$ и $m_2 = 0,4 \text{ кг}$ связаны невесомой нитью и движутся по горизонтальной поверхности (Земля) под действием силы $F = 1,4 \text{ Н}$, направленной



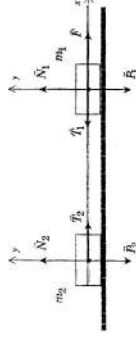
горизонтально и приложенной к телу m_1 (см. рис.). Определить ускорение, с которыми будут двигаться тела и силу натяжения нити. Трением пренебречь.

Дано: $m_1=0,3 \text{ кг}$; $m_2=0,4 \text{ кг}$; $F=1,4 \text{ Н}$

Найти: a, T .

Решение. Рассмотрим тело m_2 , на него действует левая сила F . Определим другие силы. Тело взаимодействует с Землей и нитью. Взаимодействие с Землей обуславливает силу тяжести $\vec{F}_2 = m_2\vec{g}$ и силу реакции опоры \vec{N}_2 , с нитью – силу упругости T_1 (см.рис.).

Рассуждая таким же образом, можно показать, что на тело m_1 действуют три



силы: сила тяжести $\vec{F}_2 = m_2\vec{g}$, сила реакции опоры \vec{N}_2 и сила натяжения \vec{T}_2 . Заметим, что силы T_1 и T_2 равны; т.к. масса нити равна нулю, то по второму закону Ньютона для нити $T_1 - T_2 = 0$, следовательно $T_1 = T_2 = T$.

Далее, важно, что Земля является инерциальной системой отсчета, поэтому второй закон Ньютона в векторной форме для тела m_1 и m_2 соответственно:

$$m_1\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1;$$

$$m_2\vec{a} = \vec{F}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T}_2$$

Для решения этих уравнений применим координатный метод, для чего необходимо выбрать систему координат x, y для каждого тела в отдельности. В случае прямолинейного движения одну из осей (x) направим вдоль ускорения \vec{a} , а другую (y) – перпендикулярно. Тогда $a_x = a$, $a_y = 0$. В скалярной форме закон $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ будет иметь вид: $\Sigma F_x = ma_x$ и $\Sigma F_y = ma_y = 0$. Для тела m_1 имеем:

$$m_1 a = F - T \text{ и } 0 = N_1 - F_1,$$

Для тела m_2 соответственно:

$m_1 g = T$ и $N_2 = F_2$

Решив совместно эти уравнения для m_1 и m_2 найдем:

$$a = \frac{F_2}{m_1 + m_2} = \frac{1,4}{2} = 0,7 \text{ м/с}^2 \text{ и } T = m_1 a = 0,4 \cdot 2 = 0,8 \text{ Н}$$

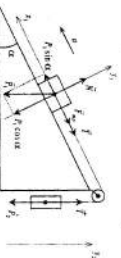
Формально, уравнения для оси y в данном случае не нужны. Однако, если ось xy принять, то направление для силы N поможется для определения знака трения, следовательно $F_{\text{тр}} = \mu N$.

Пример 2. Груз массой 5 кг, связанной ниточкой и перекрывающей ниткой, расположенной перпендикулярно блоку, с другой стороны массой 2 кг, движется вниз по наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту 36° . Коэффициент трения $k=0,1$. Найти силу натяжения нити и ускорение груза.

Дано: $m_1=5 \text{ кг}$; $m_2=2 \text{ кг}$; $\alpha=36^\circ$; $\mu=0,1$

Найти: T ; a

Решение. На первый груз действует: сила тяжести $F_1 = m_1 g$, сила нормально реакции плоскости N , сила натяжения нити T и сила трения $F_{\text{тр}}$ (см. рис.)



и сила натяжения нити T . Блок только изменит направление нити.

Уменьшение второго закона Ньютона в векторной форме для первого и второго

груза имеет вид: $F_1 + N + T + F_{\text{тр}} = m_1 a$ и $F_2 + T - m_2 g$ соответственно.

Для решения их выберем для каждого тела осьную координат: для тела m_1 - ось x ; для тела m_2 - дельта относительно оси y . Далее, необходимо силу F_1 разложить

данного с осью координат, разложить на составляющие по осям x и y : $F_x = F_1 \sin \alpha$, $F_y = F_1 \cos \alpha$. Теперь составим для первого и второго тела соответствующие уравнения второго закона для выбранной оси:

$$\text{Ось } x: \quad m_1 a = m_1 g \sin \alpha + T - F_{\text{тр}} \quad (1)$$

$$\text{Ось } y: \quad 0 = N - m_1 g \cos \alpha \quad (2)$$

$$\text{Ось } y: \quad m_2 a = T - m_2 g \quad (3)$$

Из уравнения (2) найдем, что $N = m_1 g \cos \alpha$, поэтому $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu m_1 g \cos \alpha$. Подставив эти выражение в уравнение (1), получим:

$$m_1 a = m_1 g \sin \alpha + T - \mu m_1 g \cos \alpha \quad (4)$$

Сложив полученные уравнения (3) и (4), найдем

$$a = \frac{m_1 g \sin \alpha + \mu m_1 g \cos \alpha - m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{5 \cdot 0,59 - 0,1 \cdot 0,81 - 2}{5 + 2} = 0,24 \text{ м/с}^2$$

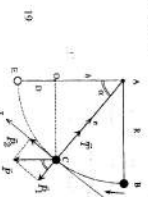
Силу натяжения нити определим из уравнения (3):

$$T = m_2 (a + g) = 2(0,24 + 9,8) = 21,28 \text{ Н}$$

Пример 18. Тяжелый шар массой m подвешен на перекрывающей и наклонной нити. Нить с шаром отклонил так, что занимает горизонтальное положение, и отпустил. При этом шар между ниткой и вертикально нитью обдерется, если известно, что она выдерживает увеличение веса незначительное шар? Трение и сопротивление среды пренебрежем. Шар осв-тис изотропный тороид.

Дано: $T_{\text{max}} = 2L = 2mg$

Найти: α



Решение: При движении шара по дуге ВС (см.рис.) окружность радиуса R на него действуют сила тяжести P и сила натяжения нити T . Очевидно, опорной силой Нюльтона для шара в верхней точке forces имеет вид:

$$P - T = mg$$

Обобщенно решение задачи при движении тела по окружности (в общем случае по кривой) состоит в том, что одну ось (б) направляют по касательной к кривой, а другую ось (а) — по радиусу к центру окружности. Действующие силы координат обозначить h_x Составляющую уравнения a (при $V \ll c$ const), направленную по оси x и перпендикулярную к скорости, называют нормальным ускорением a_n , или центростремительным. Гравитация силу P на оси x, y можно сразу записать опорной силой в проекции на ось x : $m g_x = 2F_n$ или $m g_x = T - P_n$, где, как известно, $g_x = V^2/R$. Пусть в точке C нить оборвется, т.е. известна $T = T_{max} = 2mg$. Так как $F_n = mg \cos \alpha$, то, подставляя выражения для T и P_n , в уравнение движения, получим

$$\frac{mV_c^2}{R} = mg(2 - \cos \alpha) \quad (1)$$

Скорость V_c найдем из закона сохранения механической энергии считая, что потенциальная энергия в т.С равна нулю: $mgh = \frac{mV_c^2}{2}$, откуда $V_c^2 = 2gh$.

Подставив это выражение в формулу (1), получим $2 - \cos \alpha = 2h/R$. Из условия, что $h/R = \cos \alpha$. Следовательно, $\cos \alpha = 2/3$, $\alpha = 48^\circ$.

Пример 1

За какое время пролетит тело, совершающее гармонические колебания, совершая n полных движений равных по расстоянию, равное половине амплитуды колебаний?

Дано: $n(0 \rightarrow A/2, A(0) \rightarrow 0)$. Найти t, T .

20

Решение: смещение тела, совершающего гармонические колебания, описывается формулой: $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$. По условию знаем $x(t) = A(0) = A/2$, следовательно, $A \cos(\omega t + \varphi_0) = A \cos(\varphi_0) = A/2$. Из условия $x(t) = A \cos(\omega t) = 0$ можно определить начальную фазу колебаний: $\varphi_0 = \pi/2$. Тогда уравнение гармонических колебаний примет вид $x(t) = A \sin(\omega t)$, следовательно, $A \sin(\omega t) = A/2$.

Пусть получаемое тригонометрическое уравнение, будет иметь вид $a \sin \omega t = b$. Соединив частота тригонометрических колебаний со шкалой с периодом колебаний T формулой: $\omega = 2\pi/T$ Следовательно, $2\pi t/T = \pi/6$, или $t/T = 1/12$.

Пример 2

Груз массой m сматривает гармонические колебания с амплитудой A на пружине с жесткостью k . Определить максимальную скорость груза и его полную механическую энергию

Дано: m, k, A . Найти V_{max} и E .

Решение: смещение тела, совершающего гармонические колебания, описывается формулой: $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$. Для нахождения скорости колебаний дифференцируем это уравнение по времени: $V(t) = -A \omega \sin(\omega t + \varphi_0)$. Максимальная скорость колебаний будет достигаться при обращении $\sin(\omega t + \varphi_0)$ в ± 1 . Следовательно, $V_{max} = A \omega$. Для определения величины $\omega = \sqrt{k/m}$ тогда $V_{max} = A \sqrt{k/m}$.

21

Показ механической энергии гармонических колебаний E равно максимальной кинетической энергии поступательной массы m при прохождении максимума $\Delta x = \Delta x_{\max} = \Delta x_{\text{ампл}}$: $E = \text{Umkr} = \frac{1}{2} k \Delta x_{\text{ампл}}^2$. Отсюда: $\text{Umkr} = A \sqrt{\frac{1}{2} k}$, $E = k A^2/2$.

Пример 13.

Составляется для колебания единичного пружинника, уравнение:

$$\begin{aligned} x_1 &= \cos(\pi t + \frac{1}{2}), \\ x_2 &= 2 \cos(\pi t + \frac{1}{2}). \end{aligned}$$

(длина – в сантиметрах, время – в секундах). Требуется: 1) определить амплитуду, период и начальную фазу единичного колебания; 2) написать уравнение результирующего колебания.

Решение. Запишем уравнение гармонического колебания в общем виде

$$x = A \cos(\frac{2\pi}{T} t + \varphi) \quad (1)$$

Тогда преобразуем уравнения, запишем в условии задачи, к такому же виду:

$$\begin{aligned} x_1 &= \cos(\pi t + \frac{\pi}{2}) \\ x_2 &= 2 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (2) \text{ и } (3)$$

и сравним уравнения (2) и (3) с уравнением (1). Из сравнения находим для первого колебания: амплитуда $A_1 = 1$ см, период $T = 2$ с и начальная фаза

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ рад} = 90^\circ$$

для второго колебания: $A_2 = 2$ см, $T = 2$ с и

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{2} \text{ рад} = 90^\circ$$

Для того, чтобы написать уравнение результирующего колебания, надо определить период T , амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания.

Из полученных результатов видно, что периоды складываемых колебаний одинаковы ($T_1 = T_2 = 2$), следовательно и результирующее колебание будет иметь тот же период $T = 2$ с.

Для определения амплитуды результирующего колебания удобно воспользоваться векторной диаграммой (см. рис. 1). Составим поперек координат подточка:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 2\sqrt{2} \text{ см} \text{ или } 2\sqrt{2} \text{ см} \text{ или } 2\sqrt{2} \text{ см}$$

Подставим численные значения векторов в

формулу вектора и получим следующие численные:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{1^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \text{ см} \\ &= 2\sqrt{2} \text{ см} = 2,8 \text{ см}. \end{aligned}$$

Теперь найдем фазу результирующего колебания определив непосредственно из рис. 1:

$$\begin{aligned} \varphi &= A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 \\ &= A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 \end{aligned}$$

откуда найдем фазу

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

Подставим численные значения и получим следующие:

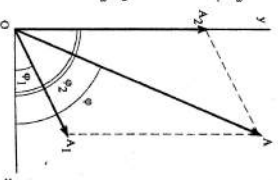
$$\varphi = \arctg \frac{1 \sin 90^\circ + 2 \sin 90^\circ}{1 \cos 90^\circ + 2 \cos 90^\circ} = \arctg 2,88 = 71^\circ = 0,4 \text{ рад}$$

Таким образом, для результирующего колебания найдем:

$$T = 2 \text{ с}; A = 2,8 \text{ см}; \varphi = 0,4 \text{ рад}.$$

Это позволяет написать уравнение результирующего колебания:

$$x = 2,8 \cos \left(\frac{2\pi}{2} t - 0,4 \right) \text{ (см), или}$$



$$x = 2 \cdot \text{Конст} \cdot (1 - 0,4) \cdot (\text{соз})$$

Пример 14

Четыре равнонаклонных координат одного направления. Угол наклона координат задается функцией $\text{соз}(\lambda)$ малой дуги 2° с и следовательно параметра:

- 1) амплитуда 2 м и начальная фаза 0; 2) амплитуда 3 м и начальная фаза $\pi/2$;
- 3) амплитуда 4 м и начальная фаза π ; 4) амплитуда 2 м и начальная фаза $\pi/2$.

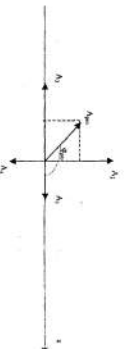
Найти уравнение результирующего координат.

Дано: $x(t) = 2 \cdot \text{Конст} \cdot \sin(\omega t)$; $x(t) = 3 \cdot \text{Конст} \cdot \cos(\omega t - \pi/2)$; $x(t) = 4 \cdot \text{Конст} \cdot \cos(\omega t - \pi)$; $x(t) = 2 \cdot \text{Конст} \cdot \sin(\omega t + \pi/2)$

Найти: уравнение результирующего координат.

Решение: для нахождения уравнения результирующего координат используются методом векторов дуги 2° минут. Значение четырех координат одного направления и одинаковой частоты можно представить в виде четырех векторов, длина которых равна амплитуде, а направление задается углом с осью ос. равным начальной фазе каждого из координат.

Амплитуда результирующего координат (см рис.) $0,67$ от unity.



$$A = \sqrt{(A_1 - A_3)^2 + (A_2 - A_4)^2} = \sqrt{(2 - 0)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{5} = 2,24(\text{м})$$

Направление фазу результирующего координат найдем по формуле:

$$\text{срф} = (A_1 - A_3) / (A_1 + A_3) = (3 - 2) / (2 + 3) = 0,5$$

Такая форма, результирующего координат можно записать в виде:

$$x(t) = 2,24 \cdot \text{Конст} \cdot \text{срф}(\omega t + 5) \cdot 10^6$$

Понятно, что при составлении порывающего момента функции существуют и другие группы. Решение задачи должно включать ее решение, последовательное изложение процесса решения с комментариями и рисунками, ответ в общем виде и численные расчеты в системе единиц СИ.

| М.г.г. | 1 | 11 | 23 | 31 | 41 | 51 | 62 | 71 | 81 | 91 | 101 |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|
| 2 | 12 | 22 | 32 | 42 | 52 | 61 | 72 | 82 | 92 | 102 | |
| 3 | 13 | 21 | 33 | 43 | 53 | 67 | 73 | 83 | 93 | 103 | |
| 4 | 14 | 24 | 34 | 44 | 54 | 64 | 77 | 84 | 94 | 104 | |
| 5 | 15 | 27 | 35 | 45 | 55 | 65 | 75 | 85 | 95 | 105 | |
| 6 | 16 | 25 | 36 | 46 | 56 | 66 | 76 | 86 | 96 | 106 | |
| 7 | 17 | 25 | 37 | 47 | 57 | 63 | 74 | 87 | 97 | 107 | |
| 8 | 18 | 25 | 38 | 48 | 58 | 68 | 78 | 88 | 98 | 108 | |
| 9 | 19 | 29 | 39 | 49 | 59 | 69 | 79 | 89 | 99 | 109 | |
| 10 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 |
| 11 | 1 | 12 | 23 | 32 | 41 | 51 | 61 | 71 | 82 | 98 | 102 |
| 12 | 2 | 11 | 22 | 31 | 42 | 51 | 61 | 71 | 82 | 98 | 102 |
| 13 | 3 | 14 | 21 | 34 | 43 | 54 | 67 | 77 | 83 | 97 | 103 |
| 14 | 4 | 13 | 24 | 33 | 44 | 53 | 64 | 73 | 84 | 96 | 104 |
| 15 | 6 | 15 | 26 | 35 | 46 | 55 | 66 | 75 | 86 | 95 | 105 |
| 16 | 5 | 16 | 27 | 36 | 45 | 56 | 65 | 76 | 85 | 94 | 106 |
| 17 | 8 | 17 | 28 | 37 | 48 | 57 | 68 | 74 | 88 | 93 | 107 |
| 18 | 7 | 18 | 28 | 38 | 47 | 58 | 69 | 79 | 87 | 92 | 108 |
| 19 | 10 | 19 | 29 | 39 | 50 | 60 | 69 | 79 | 90 | 91 | 109 |
| 20 | 9 | 19 | 29 | 39 | 49 | 59 | 69 | 79 | 89 | 101 | 101 |
| 21 | 2 | 12 | 22 | 32 | 42 | 51 | 61 | 72 | 82 | 91 | 101 |
| 22 | 1 | 11 | 23 | 31 | 42 | 52 | 62 | 72 | 82 | 91 | 101 |
| 23 | 23 | 9 | 19 | 29 | 39 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 91 |
| 24 | 8 | 18 | 28 | 38 | 47 | 57 | 63 | 74 | 87 | 94 | 104 |
| 25 | 8 | 17 | 28 | 37 | 47 | 58 | 63 | 78 | 87 | 94 | 104 |
| 26 | 7 | 17 | 25 | 37 | 45 | 56 | 65 | 76 | 85 | 97 | 106 |
| 27 | 2 | 11 | 22 | 31 | 42 | 54 | 67 | 77 | 83 | 96 | 107 |
| 28 | 10 | 19 | 28 | 37 | 46 | 55 | 64 | 73 | 82 | 98 | 108 |
| 29 | 5 | 14 | 21 | 32 | 41 | 52 | 67 | 75 | 84 | 99 | 109 |
| 30 | 4 | 13 | 26 | 33 | 44 | 53 | 68 | 79 | 86 | 100 | 110 |

1. Колесо, вращаясь равномерно, при торможении уменьшило свою частоту вращения за 1 минуту с 300 оборотов до 180 оборотов. Определить угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных им за это время.
2. Неплывущий шарик с высотой 900 оборотов. После выключения, шарик равномерно замедленно, он сделал до остановки 75 об. Сколько времени прошло с момента выключения двигателя до полной его остановки?
3. При равноускоренном движении из состояния покоя тело проходит за первую секунду 0,9 м. Определить, прохождение тела за седьмую секунду движения.
4. Тело падает с высоты $H = 45$ м без начальной скорости. Какое расстояние пройдёт тело в последнюю секунду своего падения?
5. Тело падает с высоты $H = 45$ м без начальной скорости. За какое время пройдёт тело последние 5 м своего пути?
6. С какой промежуточной времени separation от начала прыжка летит камень, если он спустя 2 с после начала падения второй камень расстояние между камнями было 25 м?
7. На каком расстоянии от земли встретятся два тела, брошенные вертикально вверх друг за другом с интервалом $t = 1$ с, если начальная скорость у обоих $V_0 = 40$ м/с?
8. Над колодезью глубиной 12 м бросают вертикально вверх камень, с начальной скоростью 14 м/с. Через сколько времени камень достигнет дна колодезя, выходящую скорость тела.
9. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 23$ м/с. Какой путь пройдет тело за первую секунду своего движения?
10. Тело брошено вертикально вверх с начальной высотой 72 м. Время полета 6 с. Определить начальную скорость тела.
11. Камень бросили с высоты в горизонтальном направлении со скоростью $V_0 = 30$ м/с. Определить скорость V , дальность полета s и вертикальное h , ускорение.

- ние камня и радиус? Криволинейное движение в конце второй секунды после начала движения.
12. Тело брошено горизонтально. Через время $t = 3$ с угол между скоростью и ускорением составляет 60° . Найти скорость в этот момент времени.
13. Камень, брошенный с башни горизонтально, упал через 2 секунды. Известно, что в момент удара камня о землю вектор его скорости составлял 45° с горизонталю. Определите, на каком расстоянии от башни упал камень.
14. Моторчик вращает в воду с верного берега водный 6 м, имея после работы горизонтально направленный скорость R м/с. Какова величина и направление скорости маленькая при достижении им воды?
15. Если при горизонтальном бросании тела velocity увеличить на 3 м, то дальность его полета увеличится вдвое. Найти высоту места бросания.
16. Тело брошено в горизонтальной направлении с высоты 40 м. Найти время полета и начальную скорость, если дальность полета равна высоте бросания.
17. Метр брошен под углом 30° к горизонту со скоростью 15 м/с. Определить пропелогитацию и вертикальное составляющее начальной скорости, высоту подъема, время полета и дальность полета.
18. Под каким углом к горизонту надо бросить камень, чтобы дальность полета была в 4 раз больше высоты подъема?
19. Тело, брошенное под углом 45° к горизонту, находится в полете 5 с. С какой скоростью было брошено тело и какова первоначальная дальность полета? Какова максимальная высота подъема?
20. Тело, брошенное под углом к горизонту, находится в полете 4 с. Какой максимальной высоты достигло тело?
21. Материальная точка движется вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = At + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ рад/с, $B = 20$ рад/с, $C = -2$ рад/с². Наб-

ит полное ускорение точки, находясь на расстоянии $R = 0,1$ м от оси вращения, для момента времени $t = 4$ с.

22. Материальная точка описала 1/4 часть окружности радиусом 1 м за 3 секунды. Какова средняя скорость перемещения и средняя угловая скорость движения точки?
23. Закон движения материальной точки имеет вид: $X(t) = (t - t_0)^2$. Найти перемещение и пройденный путь за промежуток времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 8$ с; а также среднюю угловую скорость и среднюю скорость перемещения.
24. Материальная точка движется по закону: $X(t) = At + Ct^2 + Bt^3$, где $A = 6$ м/с, $C = 0,2$ м/с², $B = -0,125$ м/с³. Найти скорость и ускорение точки в моменты времени $t_1 = 0$ с и $t_2 = 2$ с; а также средние значения скорости и ускорения за интервал 2 с движения.
25. Определите полное ускорение в момент $t = 3$ с материальной точки, находясь на обод колеса радиусом $R = 0,5$ м, вращающегося согласно уравнению $\varphi = At + Bt^2$, где $A = 2$ рад/с и $B = 0,2$ рад/с².
26. Материальная точка движется вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = At + Ct^2 + Bt^3$, где $A = 10$ рад/с, $B = 0,5$ рад/с², $C = -2$ рад/с³. Найти полное ускорение точки, находясь на расстоянии $R = 0,1$ м от оси вращения, для момента времени $t = 3$ с.
27. Закон движения материальной точки имеет вид: $X(t) = 25 + 10t + t^2$. Найти перемещение и пройденный путь за промежуток времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с; а также среднюю угловую скорость и среднюю скорость перемещения.
28. Материальная точка движется по закону: $X(t) = At^2 - Ct^4$, где $A = 5$ м/с², $C = 0,25$ м/с⁴. Найти скорость и ускорение точки в моменты време-

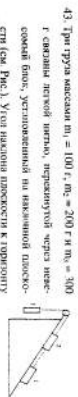
- ни $n_1 = 1$ и $n_2 = 3$ с. Каковы средние значения скорости и ускорения в эти промежуточные моменты?
29. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 4$ м. Закон ее движения описывается уравнением $S(t) = At + Bt^2$, где $A = 8$ м, $B = 2$ м/с², t — отсчитывается вдоль окружности. Найти момент времени, когда нормальное ускорение точки равно 9 м/с², а также скорость, тангенциальное и полное ускорения точки в этот момент времени.
30. Вращение колеса задается уравнением $\varphi(t) = At + Bt^2 + Ct^3$, где $A = 3$ рад, $B = 2$ рад/с, $C = 1$ рад/с². Радиус колеса равен 1 м. Для точки, лежащей на ободе колеса, найти через $t = 3$ с после начала движения угловую и линейную скорости, ускорение, тангенциальное и нормальное ускорения.
31. Тело находится на наклонной плоскости. При каком максимальном угле наклона плоскости к горизонту тело само не будет с нее соскальзывать? Коэффициент трения $\mu = 0,1$.
32. Тело скользит с высоты h по наклонной плоскости, имеющей угол наклона α . За какое время оно соскользнет с плоскости? Трение пренебречь.
33. Тело, брошенное вертикально вверх со скоростью 10 м/с, попадает на максимальную высоту 4 м. Определить силу сопротивления воздуха, считая ее постоянной, если масса тела 1 кг.
34. На брусок массой 5 кг, лежащий на столе, действует сила $F = 20$ Н, направленная под углом 60° к горизонту. Определить ускорение бруска, если коэффициент трения $\mu = 0,1$.
35. С какой ускорением падает тело в воздухе, если сила сопротивления пропорциональна скорости воздуха 20 раз меньше силы тяжести?
36. На наклонной плоскости, имеющей угол наклона к горизонту $\alpha = 45^\circ$, движется груз массой $2,6$ кг. Коэффициент трения $\mu = 0,5$. Каково минимальное

значение приращенного дальности, много приравнять к грузу, чтобы выдти в 0?

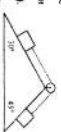
37. На наклонной плоскости, имеющей угол наклона к горизонту $\alpha = 45^\circ$, движется груз массой $2,6$ кг. Коэффициент трения $\mu = 0,5$. Каково минимальное усилие, направленное вдоль плоскости, надо приложить к грузу, чтобы выдвинуть его?
38. На наклонной плоскости, имеющей угол наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$, движется груз массой $2,6$ кг. Коэффициент трения $\mu = 0,2$. Каково минимальное усилие, направленное вдоль плоскости, надо приложить к грузу, чтобы остановить его?
39. С какой ускорением движется тело массой 1 кг вверх вдоль наклонной плоскости под действием силы 10 Н, направленной горизонтально? Угол наклона плоскости к горизонту 60° . Угол между направлением действия силы и нормалью к плоскости 60° . Угол наклона плоскости к горизонту 30° . Трение пренебречь.
40. С какой ускорением движется тело массой $0,2$ кг вверх вдоль наклонной плоскости под действием силы 10 Н, направленной горизонтально? Угол наклона плоскости к горизонту 45° . Трение пренебречь.
41. Для описания груза массой 1 кг составили таблицу данных и коэффициент трения груза о плоскость составил $\mu = 0,1$. Если ускорение груза равно $4,5$ м/с².



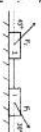
42. На шнуре, перекинутом через неподвижный блок, уравновешены два груза массой по 2 кг. С какой ускорением будут двигаться грузы, если на один из них положить грузом массой 70 г? Какова сила давления шнура на груз? Какова сила натяжения шнура во время движения?



43. Три груза массой $m_1 = 100$ г, $m_2 = 200$ г и $m_3 = 300$ г свешаны легкой нитью, перекинутой через невесомый блок, установленный на наклонной плоскости (см. Рис. 1). Угол наклона плоскости к горизонту равен 30° . Коэффициент трения между грузами и наклонной плоскостью равен 0,2. Определите ускорение грузов и натяжение нити, считая нити нерастяжимыми наклонной плоскости.



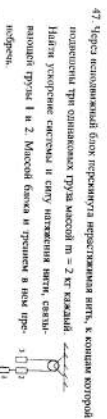
44. Через невесомый блок, перекинутый на ребре пружины, грузы которой образуют угол 30° и 45° с горизонтом, перекинута нить (см. Рис. 1). К концам нити одной прикрепляемой нити прикреплены грузы массой по 1 кг каждый. Коэффициенты трения грузов о плоскость, оптимизация и грани 0,1. Определите ускорение грузов и силу натяжения нити.



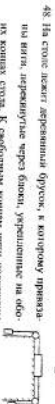
45. Два груза массой $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг свешаны перекинутой нитью, движущая по горизонтальной плоскости. К нити приложены силы $F_1 = 8$ Н и $F_2 = 5$ Н (см. Рис.). Составляющие с горизонтом углы 30° и 45° . Коэффициент трения грузов о плоскость одинаковы и равны 0,1. Составьте движение нити. Найдите ускорение грузов и натяжение нити.



46. Две силы массой по 20 кг каждая, связанные между собой веревкой, тянут с силой 200 Н под углом 30° к горизонту. Найдите ускорение сил и силу натяжения веревки, считая нити нерастяжимыми. Составьте движение нити, если коэффициент трения больше от силы равен 0,025.



47. Через невесомый блок перекинута нерастяжимая нить, к концам которой подвешены при одинаковых грузах массой $m = 2$ кг каждый. Найдите ускорение сил и силу натяжения нити, считая нити нерастяжимыми. Массой блока и пружины в нем пренебрежимо.



48. На столе лежит деревянный брусок, к которому привязана нить, перекинутая через блок, установленный на ободе колеса стола. К свободным концам нити подвешены грузы массой 0,35 кг и 0,2 кг. Исходные тело бруска находится в движении и с $t = 0$ проходит расстояние 0,81 м. Знаю, что масса бруска 2 кг, определите коэффициент трения скольжения и силу натяжения нити.



49. Два груза массой $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г свешаны легкой нитью, перекинутой через невесомый блок, установленный на наклонной плоскости (см. Рис.). Угол наклона плоскости к горизонту равен 30° . Коэффициент трения между грузами и наклонной плоскостью равен 0,2. Определите ускорение грузов и натяжение нити.



50. Три груза массой $m_1 = 200$ г, $m_2 = 100$ г и $m_3 = 300$ г свешаны легкой нитью, перекинутой через невесомый блок, установленный на наклонной плоскости (см. Рис.). Угол наклона плоскости к горизонту равен 45° . Коэффициент трения между 1-м грузом и наклонной плоскостью равен 0,2. Определите ускорение грузов и натяжение нити.

51. Автомобиль массой 1 т движется по мосту с постоянной скоростью 36 км/ч. С какой силой давит автомобиль на середину моста, если: а) мост выгнутый с радиусом кривизны $R = 50$ м? б) мост выгнутый с тем же радиусом кривизны? с) мост плоский?

52. Самолет делает петлю в вертикальной плоскости. Определите, во сколько в вершине и нижней точке петли, если радиус петли 200 м, скорость самолета 80 км/ч, скорость самолета 360 км/ч.
53. Груз, привешенный к нити, движется в горизонтальной плоскости по окружности радиусом 40 см. Центр окружности с вертикально упол 30°. Определите скорость груза.
54. На горизонтальной параллелограмме шариком на расстоянии $R = 0,8$ м от оси вращения жестко груз. При какой угловой скорости вращения шариком груз начнет соскальзывать, если коэффициент трения между грузом и шариком $\mu = 0,1$?
55. Тело массой m движется по внутренней поверхности сферы радиусом R с постоянной скоростью v . Определите силу давления тела на поверхность сферы A, B, C , считая угол α известным.
56. В известном направлении «автомобиль на вертикальной стене» автомобиль движется по внутренней поверхности цилиндра в горизонтальной плоскости. Каков должен быть коэффициент трения между автомобилем и поверхностью цилиндра $R = 5$ м, чтобы автомобиль не сползла вниз при скорости $v = 72$ км/ч?
57. С какой максимальной скоростью может ехать мотоцикл по горизонтальной поверхности, описывая дугу радиусом 100 м, если коэффициент трения между шиной и дорогой $\mu = 0,4$?
58. Шар массой $m = 200$ г, вращающийся горизонтально, может соскочить на горизонтальную поверхность, углубившись на вертикальной оси $l = 20$ см. Какова ось вращения, длина которой в перпендикулярном состоянии $l_0 = 20$ см. Какова скорость вращения с угловой скоростью $\omega = 12$ рад/с, чтобы шарика не соскочил с оси на длину $l = 40$ см. Определите жесткость пружины k . Трением пренебречь.



59. Какого скорости должен иметь искусственный спутник, чтобы он мог двигаться по эллипсу орбите вокруг Земли на высоте 2000 км? Какова период его обращения? Радиус Земли 6400 км, а ускорение свободного падения на ее поверхности $g = 9,8$ м/с².
60. До какой скорости вращения ступица, движущаяся на расстоянии 1600 км от поверхности Земли, должна вращаться ступица, движущаяся на высоте 600 км от ее поверхности, если радиус Земли $R = 6400$ км?
61. Человек, стоящий на неподвижном пятаке массой 500 кг, толкает ее горизонтально с силой 3 мкс вертикально вверх. Масса человека 100 кг. С какой скоростью пятак достигнет высоты по поверхности воды?
62. Шарик массой 50 г, летящий под углом 30° к горизонту со скоростью 400 м/с, попадает в шариком с песком, движущуюся горизонтально со скоростью 10 м/с, и застревает в нем. Найти скорость шариком после попадания шарика, если ее масса 950 г.
63. Шарик, летящий со скоростью 400 м/с, разорвался на две части. Меньшая часть, масса которой составляет 40 % от массы шарика, полетела в противоположном направлении со скоростью 150 м/с. Определите скорость большей части.
64. Шарик, летящий в горизонтальной направлении со скоростью $v = 20$ м/с, разбивается на две части массой 10 г и 5 г. Скорость меньшей части 60 м/с и направление вертикально вниз. Определите скорость и направление движения большей части.
65. Блокшифт шар 1, движущийся со скоростью $v = 10$ м/с, сталкивается с неподвижным шаром 2. После удара шары разлетаются под углом α . Определите скорость шаров после удара, если первый шар отходит от первоначального направления на угол $\alpha = 30^\circ$.

66. Две неупругих тела, масса которых $2M$ и $6M$, движется навстречу друг другу со скоростью 2 м/с каждое. Определить величину и направление скорости тела после удара.

67. Случай массой 20 кг, который жёстко прикреплено вверх, прикрепился к веревке после прикрепления на три секунды. Для осколка разбитого, под углом 120° друг к другу, причём скорость первого осколка массой 5 кг равна 90 м/с и направлена горизонтально, а скорость второго массой 15 кг равна 30 м/с и направлена вверх. Определите величину и направление скорости третьего осколка.

68. Шар массой $m_1 = 0,3$ кг, движущийся со скоростью 10 м/с, сталкивается с неподвижным шаром массой $m_2 = 1$ кг. После удара шар m_2 движется со скоростью $0,5$ м/с под углом 60° к направлению первоначального движения. Определите величину и направление скорости движения второго шара после удара.

69. Гиря, брошенная под углом 30° к горизонту со скоростью 10 м/с, в вершине своей траектории разбивается на два одинаковых осколка. Один из осколков вертикально вверх со скоростью 5 м/с. Определите величину и направление скорости второго осколка.

70. Осколки спидея на ружье k движущийся лодки по направлению ее движения. Каждый осколок имеет массу, если она остановилась после двух выстрелов движется друг за другом выстрелов? Масса осколка с лодкой 200 кг, масса заряда 20 г. Скорость вылета заряда 500 м/с.

71. Камень массой 1 кг падает с высоты 20 м и в момент падения на землю имеет скорость 18 м/с. Определите работу силы сопротивления воздуха и величину этой силы, считая ее постоянной.

72. Тело массой 10 г падает с высоты 20 см на вертикально расположенную пружину, выходящую со ската. Определите максимальное сжатие пружины.

36



го конца пружины, если начальная высота пружины 10 см, а ее жесткость 100 Н/м.

73. Н-образность на поверхности Земли падает метеорит массой $m = 30$ кг. Какова работа будет совершена при этом силами тяготения Земли? Считать известными следующие стандартные значения g поверхности Земли $g = 9,8$ м/с² и радиус Земли $R = 6400$ км.

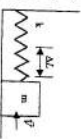
74. С поверхности Земли вертикально вверх пуля вылетела со скоростью $v = 5$ м/с. На какую высоту она поднимется?

75. Пружина жесткостью $k = 500$ Н/м была сожата силой $F = 100$ Н. Определите работу вышедшей силы, дополнительно сжимаящей эту пружину на $\Delta l = 2$ см.

76. С ледяной горы с углом наклона β съезжает без начальной скорости санки. Нижнюю половину поверхности горы покатили песком. Найти область начальной скорости санки v_0 при котором санки доскают до основания горы.

77. Тело, находящееся у основания наклонной плоскости, сообразил скорость v , направленной вверх вдоль наклонной плоскости. На какую высоту поднимется тело? Коэффициент трения μ и угол наклона плоскости к горизонту β считать известными.

78. Кубик массой m падает на несвязанную пружину жесткости k , ось которой перпендикулярна грани кубика, параллельна его поверхности и проходит через центр масс кубика. В момент, когда кубик остановился, пружина оказалась сжатой на величину Δl . С какой скоростью v обратное направление будет двигаться кубик, в момент отрыва от пружины, если коэффициент трения кубика о плоскость μ ?



37

79. Тело массой m кг падает с максимальной скоростью V_{max} вниз с высоты $H = 24$ м и удерживается в покое на нити длиной $h = 0,2$ м. Нить и шар сгоранием не плавят, считая ее постоянной. Сравните величину натяжения нити в положении равновесия от первоначального положения на 90° (пуля летит вправо).



80. На наклонной плоскости лежит брусок с одинаковой пружиной, закрепленной с помощью шпильки. Из положения, когда пружина не деформирована, брусок без начальной скорости отпускают, и он начинает двигаться вниз. Определите максимальное растяжение пружины. Масса бруска $m = 0,5$ кг, жесткость пружины $k = 120$ Н/м, угол наклона плоскости к горизонту $\beta = 45^\circ$, коэффициент трения бруска о плоскость $\mu = 0,3$.

81. Каково минимальное скорость надо сообщить телу, вращающему на известной нити длиной l , чтобы оно совершило полный оборот, не скользя с крутильной пружины?

82. Малая масса (Q) не отклоняется в горизонтальном положении и отступает. Определите натяжение нити в момент, когда она составляет с вертикалью угол 60° .

83. Небольшое тело скользит с высоты h по наклонному скату, переходящему в горизонтальную часть R . Какова должна быть минимальная высота h , чтобы тело сделало по окружности левую петлю? Пренебрегайте трением.



84. На горизонтальном столе лежат тела массой m_1 , соединенные с пружиной жесткостью k . Второе тело пружина закреплена. В тот момент покажут тело массой m_2 , движущаяся со скоростью v . Определите максимальное деформацию пружины, если удар неупругий. Пренебрегайте трением.



85. Определите скорость груза массой $m = 10$ г, если при нахождении в нижней точке массы $M = 1$ кг, висевшей на нити длиной $l = 1$ м, он отклонился от первоначального положения на 90° (пуля летит вправо).



86. Небольшое тело скользит с вершины полушара.

При каком угле α тело оторвется от поверхности полушара? Пренебрегайте трением.

87. Небольшое тело массой M лежит на вершине ледяной полушара радиусом R . В тело подлетает груз массой m , летящий горизонтально, и застревает в нем. Пренебрегая сопротивлением тела по ледяной поверхности, определите при какой минимальной скорости груз тела сразу оторвется от поверхности полушара? Пренебрегайте трением.

88. Два шарика одинаковой массы подвешены на параллельных нитях одинаковой длины, так, что они соприкасаются. Первый шар отклоняют так, что его центр масс поднимается на высоту 5 см, и отпускают. На какую высоту поднимется шарик после соударения, если удар неупругий?

89. Шарик массой $m = 200$ г, подвешенный на нити, отклоняли горизонтально и отпускали. В нижней точке шарик сталкивается упруго с шариком, лежащим на гладкой горизонтальной поверхности, и останавливается, отклоняясь на угол $\alpha = 60^\circ$. Определите массу шарика.

90. На орбитке, удерживаемой на жестко закрепленной платформе, которая стоит на горизонтальном основании, груз, прикрепленный к платформе, выведен вертикально в наклонное положение. Масса шарика 5 кг, его начальная скорость 600 м/с. Масса платформы с грузом 2000 кг. Определите расстояние, на которое отклонится платформа, если коэффициент трения равен $0,002$.

91. Определите положение центра масс равнобедренного треугольника, образованного однородными стержнями длиной l и массой m в каждой.

92. Определить положение центра масс равнобедренного прямоугольного треугольника, образованного осями проекции массы m в каждой вершине, если

длина катета L .

93. Определить положение центра масс системы трех материальных точек массой m , $2m$, $3m$, расположенных в вершинах равнобедренного треугольника со стороной L .

94. Определить положение центра масс системы трех материальных точек массой m , $2m$, $3m$, расположенных в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника, катеты которого равны L .

95. Определить положение центра масс системы четырех материальных точек массой m , $2m$, $2m$, $4m$ расположенных в вершинах квадрата со стороной L .



96. Определить положение центра масс квадрата, образованного осями проекции стержней длиной L и

массами m , $2m$, $3m$, $4m$.



97. Квадратный диск радиуса R имеет формулу массы μ зависящую от радиуса R . Определить положение центра масс заштрихованной части диска.



98. Определить центр тяжести К. Определить положение центра масс заштрихованной части диска.



99. Определить диск радиуса R имеет формулу массы μ которого равен R^2 . Определить положение центра масс заштрихованной части диска.



100. Определить положение центра масс системы, образованной осями проекции стержней массой m и длиной L и двумя дисками: первый массой m и диаметром $L/4$,



второй массой $2m$ и диаметром $L/2$.

101. Три параллельных колебания одного направления, уравнение которых задается функцией $\cos(\lambda t)$ имеют амплитуду частоту $2\pi/\lambda$ и следующие параметры: 1) амплитуда 2 см и начальная фаза 0 ; 2) амплитуда 1 см и начальная фаза $\pi/2$; 3) амплитуда 1 см и начальная фаза π . Зная, уравнение результирующего колебания.

102. Четыре параллельных колебания одного направления, уравнение которых задается функцией $\cos(\lambda t)$ имеют первая 2 см и следующие параметры: 1) амплитуда 3 см и начальная фаза 0 ; 2) амплитуда 2 см и начальная фаза $\pi/2$; 3) амплитуда 1 см и начальная фаза π ; 4) амплитуда 2 см и начальная фаза $-\pi/2$. Зная, уравнение результирующего колебания.

103. Три параллельных колебания одного направления, уравнение которых задается функцией $\cos(\lambda t)$ имеют частоту $2\pi/\lambda$ и следующие параметры: 1) амплитуда 1 см и начальная фаза 0 ; 2) амплитуда 1 см и начальная фаза $\frac{2}{3}\pi$; 3) амплитуда 2 см и начальная фаза $\frac{\pi}{3}$. Зная, уравнение результирующего колебания.

104. Три параллельных колебания одного направления, уравнение которых задается функцией $\cos(\lambda t)$ имеют частоту $4\pi/\lambda$ и следующие параметры: 1) амплитуда 2 см и начальная фаза 0 ; 2) амплитуда 2 см и начальная фаза $\frac{2}{3}\pi$; 3) амплитуда 1 см и начальная фаза $-\frac{2}{3}\pi$. Зная, уравнение результирующего колебания.

105. Три гармонических колебания одного направления, уравнение которых задается функцией $\cos t$, имеют наименьшую частоту 4 рад/с и самую большую: 1) амплитуду 1 см и начальную фазу 0; 2) амплитуду 1 см и начальную фазу $\pi/2$; 3) амплитуду 2 см и начальную фазу π . Записать уравнение результирующего колебания.

106. Составляется две колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi)$, где $A_1 = A_2 = 5$ см, $T = 0,2$ с, $\varphi = \pi/6$. Определите амплитуду и начальную фазу результирующего колебания. Напишите его уравнение. Постройте векторную диаграмму для момента времени $t = 0$.

107. Составляется две колебания одинакового направления: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = \sqrt{2}$ см, $A_2 = 1$ см, $\omega_0 = \omega_0 = 2$ рад/с. Определите амплитуду и начальную фазу результирующего колебания. Напишите его уравнение. Постройте векторную диаграмму для момента времени $t = 0$.

108. Составляется три колебания одинакового направления и одинаковой частоты, описываемые функцией синуса, имеющие $A_1 = 5$ см, $A_2 = 4$ см, $A_3 = 3$ см, $\omega = 2$ рад/с, начальная фаза $\varphi_0 = 0$, $\varphi_1 = \pi/2$, $\varphi_2 = \pi/2$. Определите амплитуду и начальную фазу результирующего колебания. Напишите его уравнение. Постройте векторную диаграмму для момента времени $t = 0$.

109. Составляется четыре колебания одинакового направления и одинаковой частоты, описываемые функцией косинуса, имеющие $A_1 = 3$ см, $A_2 = 3$ см, $A_3 = 3$ см, $A_4 = 3$ см, $\nu = 4$ Гц. Начальная фаза первого колебания $\varphi_0 = \pi/4$. Каждая последующая начальная фаза больше предыдущей на $\pi/2$. Определите амплитуду и начальную фазу результирующего колебания. Напишите его уравнение. Постройте векторную диаграмму для момента времени $t = 0$.

110. Составляется четыре колебания одинакового направления и одинаковой частоты, описываемые функцией синуса, имеющие $A_1 = 9$ см, $A_2 = 3$ см, $A_3 = 6$ см, $A_4 = 3$ см, $\nu = 0,5$ Гц. Начальная фаза первого колебания $\varphi_0 = \pi/4$. Каждая

последующая начальная фаза больше предыдущей на $\pi/2$. Определите амплитуду и начальную фазу результирующего колебания. Напишите его уравнение. Постройте векторную диаграмму для момента времени $t = 0$.

Физические постоянные

| Физическая постоянная | Обозначение | Числовое значение |
|---------------------------|-------------|---|
| Радиус Земли | R | $6,37 \cdot 10^6$ м |
| Масса Земли | M | $5,97 \cdot 10^{24}$ кг |
| Гравитационная постоянная | G | $6,67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /кг·с ² |