

## Лабораторная работа № 107

### Определение вязкости методом Стокса

Приборы и принадлежности: стеклянный цилиндр с исследуемой жидкостью, микрометр, секундомер, линейка, шарики.

#### Теория метода

Движение слоев текущей жидкости относительно друг друга сопровождается трением, которое называют **внутренним трением** (далее жидкостью будем называть как жидкость, так и газ). посредством внутреннего трения более быстрый слой стремится увлечь за собой более медленный, действуя на него с силой, направленной по течению, а более медленный слой стремится затормозить более быстрый, действуя на него с силой, направленной против течения. Предположим, что вектор скорости течения жидкости  $\vec{v}$

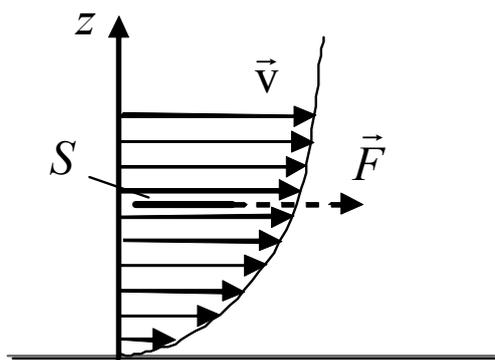


Рис. 1.

перпендикулярен к оси  $z$ , а ее модуль зависит только от пространственной координаты  $z$ . Тогда модуль силы внутреннего трения, с которой один из слоев действует на площадку  $S$ , принадлежащую соседнему слою (рис. 1), определяется формулой

$$F = \eta \left. \frac{dv}{dz} \right| S,$$

где коэффициент  $\eta$  называют **динамической вязкостью**. Динамическая вязкость характеризует сопротивление жидкости смещению её слоёв относительно друг друга. В системе СИ она измеряется в  $\text{кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$ . Отметим, что на рис. 1 показана сила внутреннего трения, действующая на площадку  $S$  со стороны верхнего более быстрого слоя.

Молекулы жидкости прилипают к поверхности погруженного в нее тела.

При движении тела эти молекулы перемещаются вместе с ним относительно окружающей жидкости. Это приводит к появлению силы внутреннего трения, приложенной к телу. Другими словами при нахождении сопротивления жидкости движению тела следует учитывать трение отдельных ее слоёв друг о друга (внутреннее трение), а не трение тела о жидкость.

В данной лабораторной работе шарик падает в жидкости, заполняющей цилиндрический сосуд. Падая, он увлекает в движение ближайшие слои жидкости. Однако, чем дальше от шарика, тем меньше скорость жидкости. В данной лабораторной работе предполагается, что диаметр сосуда достаточно велик для того, чтобы вблизи его стенок движением увлеченной жидкости можно было пренебречь. Это позволяет не учитывать влияние стенок сосуда и считать, что шарик падает в безграничной жидкости. Если же *шарик, имеющий небольшой радиус  $r$ , движется в безграничной жидкости с малой скоростью  $v$* , что обеспечивает ламинарный режим обтекания, то, как показал Стокс, *силу сопротивления (силу внутреннего трения, приложенную к шарiku) можно рассчитать с помощью формулы*

$$F_1 = 6\pi\eta vr, \quad (1)$$

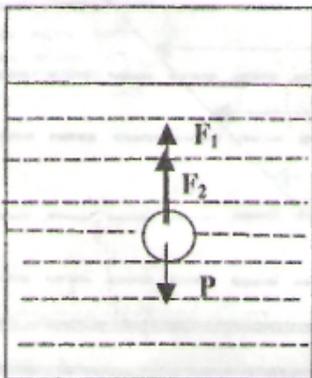


Рис. 2.

где  $\eta$  — динамическая вязкость жидкости. Мы воспользуемся этой формулой в данной лабораторной работе.

Помимо силы сопротивления (1) на шарик, падающий в вязкой жидкости, действуют ещё две силы (рис. 2). Одна из них — сила тяжести

$$P = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_m g, \quad (2)$$

где  $\rho_m$  — плотность вещества шарика,  $g$  — ускорение свободного падения,  $m$  — масса шарика; другая — выталкивающая сила (сила Архимеда)

$$F_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{ж} g, \quad (3)$$

где  $\rho_{ж}$  — плотность жидкости.

Будем считать, что в начальный момент времени скорость шарика, помещенного в жидкость, равна нулю. С течением времени она непрерывно возрастает, асимптотически приближаясь к значению  $v_0$ , которое обеспечивает движение без ускорения. Условием движения без ускорения является равенство нулю равнодействующей всех сил, приложенных к шарiku:

$$P - (F_1 + F_2) = 0. \quad (4)$$

Поэтому, разрешая (4) относительно скорости, получаем формулу для скорости равномерного движения шарика в жидкости

$$v_0 = \frac{2}{9} \frac{(\rho_m - \rho_{жс}) r^2 g}{\eta}, \quad (5)$$

из которой выразим динамическую вязкость:

$$\eta = \frac{2}{9} (\rho_m - \rho_{жс}) \frac{g r^2}{v_0}. \quad (6)$$

Будем считать, что у верхней метки (см. рис. 4) скорость шарика уже практически совпадает с  $v_0$ . Тогда, если  $t$  — время, за которое шарик проходит расстояние между верхней и нижней метками равное  $L$ , то  $v_0 = \frac{L}{t}$ . Используя в (6) приведенное выражение для скорости и выражая  $r$  через диаметр шарика  $d$ , получим, что

$$\eta = \frac{1}{18} (\rho_m - \rho_{жс}) \frac{g d^2 t}{L}. \quad (7)$$

Выше предполагалось, что шарик движется равномерно со скоростью  $v_0$ . В действительности, при нулевой начальной скорости его скорость приближается к  $v_0$  по закону

$$v = v_0 (1 - e^{-Bt}), \quad B = \frac{9}{2} \cdot \frac{\eta}{r^2 \rho_m}, \quad (8)$$

который графически представлен на рис. 3.

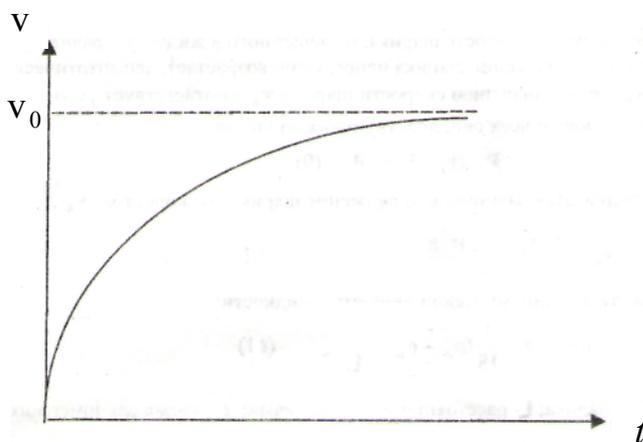


Рис. 3.

Для получения формул (8) воспользуемся вторым законом Ньютона:

$$ma = mg - F_1 - F_2, \quad (9)$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_m \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_m g - 6\pi r \eta v - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{жс} g . \quad (10)$$

Разделим левую и правую части (10) на  $\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_m$ :

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{9}{2} \cdot \frac{\eta}{r^2 \rho_m} v - \frac{\rho_{жс} g}{\rho_m} \quad (11)$$

или

$$\frac{dv}{g \left( 1 - \frac{\rho_{жс}}{\rho_m} \right) - \frac{9}{2} \cdot \frac{\eta}{r^2 \rho_m} v} = dt . \quad (12)$$

Интегрируя (12), получим искомые формулы (8).

### Описание установки

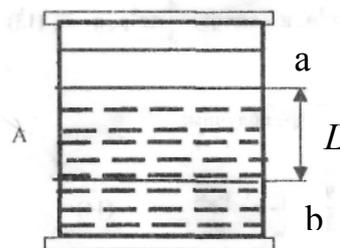


Рис. 4.

Экспериментальная установка представляет собой стеклянный цилиндр *A*, наполненный исследуемой жидкостью (рис. 4). На цилиндр нанесены две горизонтальные метки (резиновые кольца) **a** и **b**, расстояние между которыми равно *L*. Верхняя метка должна располагаться на 5-8 сантиметров ниже уровня жидкости, так как с этой глубины начинается почти равномерное падение шарика в жидкости.

### Измерения и их обработка

1. Линейкой измерить расстояние *L* между метками **a** и **b** и записать систематическую погрешность измерений  $m_L$ .
2. Измерить микрометром диаметры  $d_i$  нескольких близких по размерам шариков (5-7 штук). Рассчитать среднее значение  $\bar{d}$  и его среднее квадратичное отклонение  $m_{\bar{d}}$  по методике обработки результатов прямых измерений.
3. Опустить пинцетом шарик в жидкость как можно ближе к оси цилиндра. Глаз наблюдателя должен быть при этом установлен против верхней метки так, чтобы метка сливалась в одну прямую. В момент прохождения шариком верхней метки – включить секундомер. В момент прохождения шариком нижней метки – остановить секундомер. Отчёт по секундомеру даёт время  $t_i$  прохождения шариком пути *L*. Рассчитать среднее время  $\bar{t}$  и его среднее

квадратичное отклонение  $m_t$  по методике обработки результатов прямых измерений.

4. Рассчитать среднее значение динамической вязкости

$$\bar{\eta} = \frac{1}{18} (\rho_m - \rho_{жс}) \frac{g \bar{d}^2 \bar{t}}{L}$$

и абсолютную погрешность ее измерения

$$m_{\bar{\eta}} = \bar{\eta} \sqrt{\frac{4m_d^2}{\bar{d}^2} + \frac{m_t^2}{\bar{t}^2} + \frac{m_L^2}{L^2}}.$$

Результаты измерений и расчётов занести в таблицу 1.

Таблица 1

№ измерения	$d_i$	$\bar{d}$	$t_i$	$\bar{t}$	$L$	$\bar{\eta}$	$m_{\bar{\eta}}$
1							
2							
3							
4							
5							

5. Окончательный результат представить в виде доверительного интервала

$$\eta = \bar{\eta} \pm m_{\bar{\eta}}.$$

6. Используя результат для  $\bar{\eta}$ , с помощью формул (8) оценить через какое время после начала движения скорость шарика достигнет  $0.5 v_0$ ;  $0.99 v_0$ .

#### Контрольные вопросы

1. В чём состоит отличие турбулентного течения от ламинарного?
2. От какой безразмерной величины зависит режим течения жидкости или газа.
3. Изменяются ли теоретические рассуждения, если при входе в жидкость вертикальная скорость шарика  $v_{нач}$  отлична от нуля? Проанализируйте случаи:  $v_{нач} < v_0$ ,  $v_{нач} > v_0$ ,  $v_{нач} = v_0$ .
4. Опишите силы, действующие на пузырь малого радиуса, всплывающий в вязкой жидкости. Будет ли меняться радиус пузыря в зависимости от глубины.
5. Получите формулу для скорости, с которой твердый легкий шарик малого радиуса будет всплывать в вязкой жидкости, и сравните ее с (5).

#### Литература

1. Савельев И.В., Курс общей физики, т. 1, -М.: Наука, все издания.
2. Трофимова Т.И., Курс физики, -М.: Высшая школа, все издания.
3. Веревокин Ю.Г., Механика, -М.: МИИГАиК, 2005; §64, 65.