Лабораторная работа №104

Деформация твердого тела. Определение модуля Юнга

<u>Приборы и принадлежности</u>: исследуемая проволока, набор грузов, два микроскопа

Теоретические сведения

Изменение формы твердого тела под воздействием приложенных к нему сил называется деформацией. Существует два типа деформации: упругая и пластическая. Упругими называют деформации, исчезающие после прекращения действия приложенных сил. Пластическими или остаточными называются такие деформации, которые частично или полностью сохраняются в теле после прекращения действия внешних сил.

Твердые тела имеют различную структуру. Например, большинство металлов имеет поликристаллическую структуру, то есть состоит из мельчайших беспорядочно ориентированных кристалликов, которые имеют размеры $\sim 10^{-2}$ мм. Под воздействием внешней нагрузки расстояния между атомами в кристалликах изменяются и равновесное положение их в твердом теле нарушается. В теле возникают внутренние силы, их называют силами напряжения, которые стремятся вернуть атомы в первоначальное положение. Таким образом, механические свойства материала определяются силами связи, действующими между атомами или молекулами, составляющими твердое тело.

Пусть однородный металлический стержень, имеющий поперечное сечение S и длину l_0, растягивается парой сил F, каждая из которых направлена вдоль оси стержня и равномерно распределена по его сечению (рис. 1). Под действием этих сил длина стержня увеличивается на Δl.

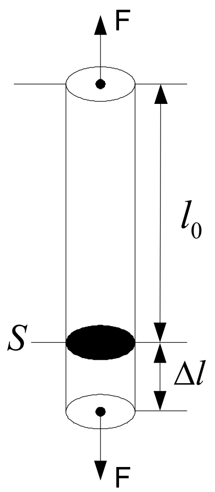

Рис.1.

Сила, деленная на площадь поперечного сечения, называется напряжением:

$$\sigma = \frac{F}{S}\left[\frac{H}{м^2} = Па\right]. \qquad (1)$$

Мерой деформации является относительное удлинение ε, равное отношению удлинения Δl к первоначальной длине l_0:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}. \qquad (2)$$

Следует отметить, что существуют также напряжения и деформации, обусловленные сжатием, сдвигом и кручением, но ограничимся рассмотрением напряжения и деформации, вызванных только растяжением.

Опыт показывает, что для не слишком больших упругих деформаций напряжение σ прямо пропорционально относительному удлинению ε:

$$\sigma = E\varepsilon . \tag{3}$$

Здесь E – постоянная, которая характеризует упругие свойства материала, зависит от его физического состояния и называется модулем Юнга.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{Fl_0}{S\Delta l}.$$

Формула (3) выражает закон Гука для деформации растяжения. Деформации, для которых приближенно выполняется закон Гука, называются малыми деформациями.

Поясним физический смысл модуля Юнга: если $\Delta l = l_0$, то $\varepsilon = 1$ и напряжение $\sigma = E$. Следовательно, модуль Юнга можно определить как напряжение растяжения, которое привело бы к удвоению длины стержня при условии выполнения закона Гука. Однако ни один реальный материал, кроме резины и некоторых полимеров, не способен выдержать столь больших деформаций.

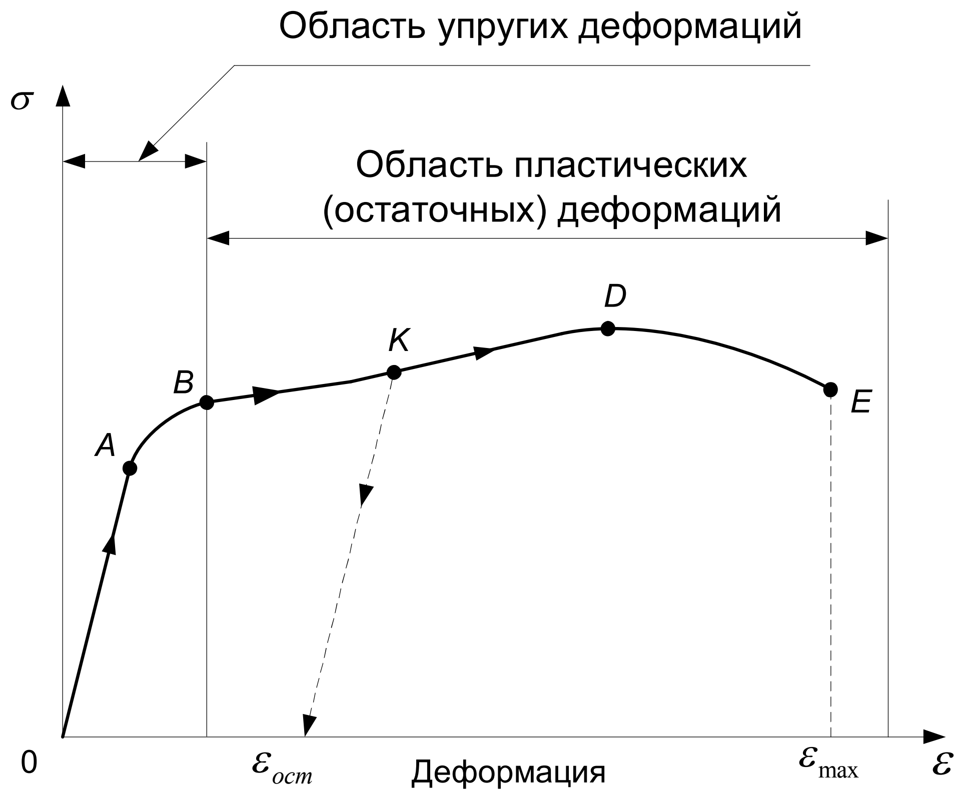

Рис. 2. Типичная диаграмма растяжения для пластичного материала: точка A – предел пропорциональности, точка B – предел упругости, точка D – предел прочности, E – точка разрыва.

Зависимость между напряжением и относительным удлинением является одной из важнейших характеристик твердых тел. Графическое изображение этой зависимости называется диаграммой растяжения. На диаграмме растяжения по оси абсцисс откладывается относительное удлинение, а по оси ординат – напряжение. Типичный пример диаграммы растяжения для металлов представлен на рис. 2.

При малых деформациях (обычно меньших 1%) связь σ и ε оказывается линейной, то есть подчиняется закону Гука (участок OA на рис. 2). При этом деформация остается обратимой, то есть после снятия нагрузки форма и размеры стержня восстанавливаются. Максимальное значение напряжения $\sigma = \sigma_{пр}$, при котором сохраняется линейная связь σ и ε, называется ***пределом пропорциональности*** (точка A). При дальнейшем увеличении напряжения связь σ и ε становится нелинейной (участок AB), однако при снятии напряжения деформация практически полностью исчезает. Максимальное напряжение на этом участке называется ***пределом упругости*** (точка B).

При напряжении большем, чем предел упругости, стержень после снятия нагрузки уже не восстанавливает свои первоначальные размеры, то есть у тела сохраняется остаточная деформация. Соответствующий диапазон значений ε образует область **пластических** деформаций (участок BE на рис. 2). Если, например, снять нагрузку в точке *K*, то в стержне останется деформация, которой соответствует величина $\varepsilon_{ост}$ на оси абсцисс.

У железа и стали существует участок в области пластических деформаций, где для создания большого удлинения не требуется прикладывать больших усилий. Стержень удлиняется (течет) при небольшом увеличении напряжения. Это явление называется текучестью материала, а вещество, растянутое таким образом, называется вязким. Объяснить явление текучести можно тем, что поликристаллическая структура металла имеет дефекты, наличие которых позволяет частицам менять их относительные положения, из-за чего твердое тело легче деформируется.

Наибольшее напряжение $\sigma_{\max}$, которое способен выдержать материал без разрушения, достигается в точке D и называется ***пределом прочности***. Далее (в точке E) происходит разрушение материала.

Материалы, у которых диаграмма растяжения имеет вид, показанный на рис.2, называются пластичными. У таких материалов максимальная деформация $\varepsilon_{\max}$, при которой происходит разрушение, в десятки раз превосходит ширину области упругих деформаций. К таким материалам относятся многие металлы.

В таблице 1 приведены значения модуля Юнга и верхней границы предела упругости некоторых материалов (использованы десятичные кратные единицы: ТПа=10^{12} Па и ГПа=10^{9} Па). В конце таблицы для сравнения с характеристиками общеизвестных материалов приведены характеристики нового поколения материалов, полученных методами нанотехнологии. Это углеродные нанотрубки, имеющие микропористую структуру ~ 0,9 – 2 нм. Этот перспективный материал прочнее стали примерно в 100 раз. Его предел прочности на разрыв ~ 100 — 300 ГПа, тогда как у высокопрочной стали эта величина составляет 1 — 2 ГПа.

Таблица 1. Значение модуля Юнга и верхней границы предела упругости отдельных материалов

Материал	E, ТПа	σ, предел упругости, ГПа
Чугун	0,10	0,12
Сталь	0,18 – 0,29	0,2 – 0,8
Алюминиевый сплав	0,07	0,05
Медь	0,12	0,12
Латунь	0,09	0,01
Углеродные нанотрубки	1,0 – 1,7	30

В данной работе, считая деформацию упругой, проволоку диаметром d с поперечным сечением $S=\dfrac{\pi d^2}{4}$ растягивают весом груза $F=mg$. Напряжение можно вычислить по формуле:

$$\sigma=\frac{F}{S}=\frac{4mg}{\pi d^2}. \qquad (4)$$

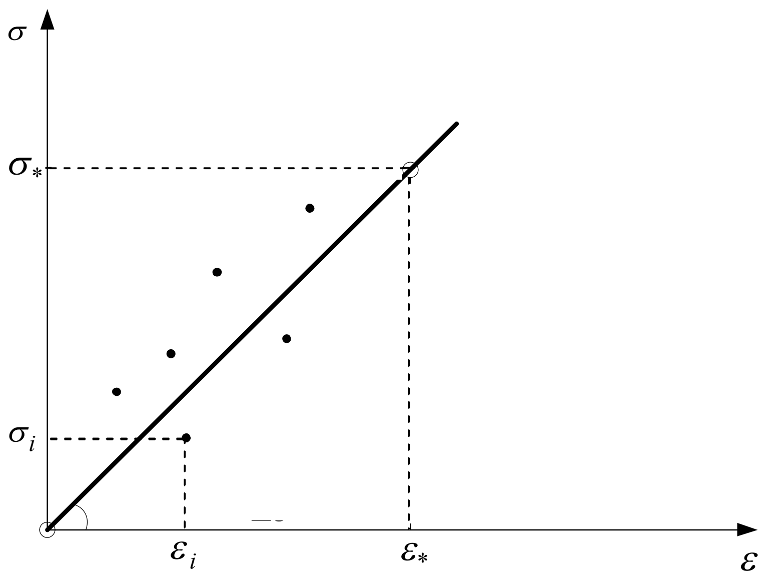

Рис. 3. Определение модуля Юнга.

Метод определения модуля Юнга заключается в следующем. Проволоку нагружают грузами различной массы m_i, измеряют соответствующие удлинения Δl_i и рассчитывают значения относительного удлинения ε_i (2) и напряжения σ_i (4).

Далее на координатной плоскости (ε,σ) отмечают экспериментальные точки (ε_i,σ_i) и подбирают прямую, которая наилучшим образом описывает результаты эксперимента (рис. 3). На этой прямой как можно дальше от начала координат (рис. 3) выбирается точка с координатами (ε_*, σ_*). Модуль Юнга можно рассчитать, подставив значения σ_* и ε_* в формулу (3).

Описание установки

Металлическая проволока первоначально растянута гирей массой m_0 (рис. 4). Она закреплена горизонтально винтовыми зажимами у неподвижной стойки и у крюка для подвески гири. Диаметр проволоки 0.41 мм. На проволоке посредством двух навитых из тонкой проволочки меток выделяется участок, длину которого можно изменить, переставляя метки.

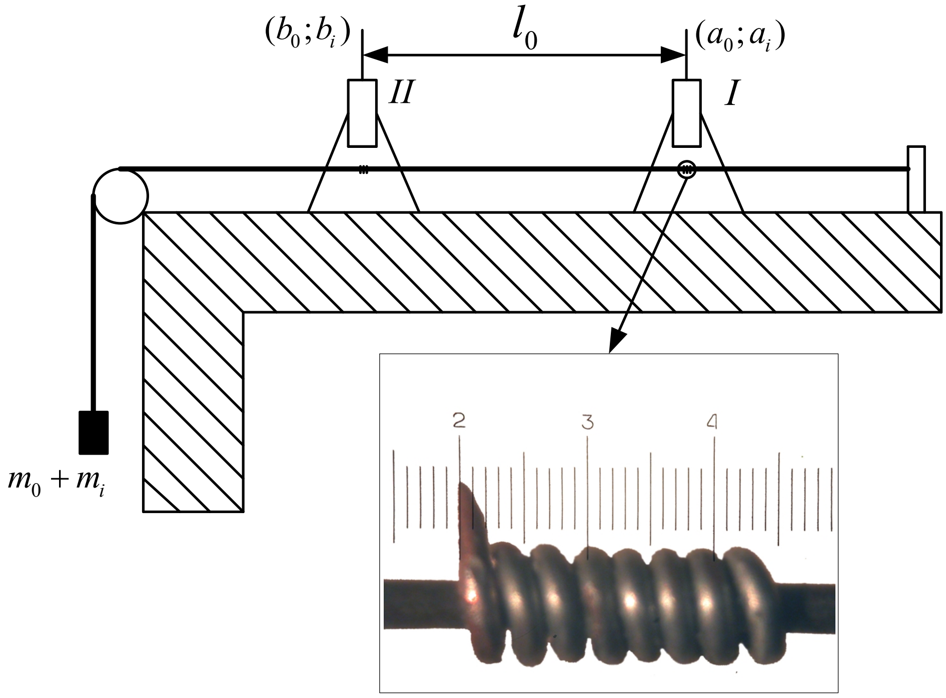

Рис. 4. Схема установки.

Длина участка проволоки l_0 измеряется масштабной линейкой и должна быть не менее 70-80см.

На подставках, которые можно перемещать вдоль натянутой проволоки, установлены два микроскопа, I и II, предназначенные для измерения смещений меток. Окуляр первого микроскопа имеет цену деления C_1, а второго — C_2. Каждый микроскоп настраивается на резкость так, чтобы стал четко виден край соответствующей проволочной метки, и по окулярным шкалам проводится отсчет начальных положений меток a_0 (микроскоп *I*) и b_0 (микроскоп *II*).

К первоначальному грузу массой m_0 последовательно добавляются грузы массой m_i, из-за чего происходят смещения меток (следует учесть, что направление смещения метки в окуляре противоположно действительному направлению). После увеличения нагрузки всякий раз необходимо выждать 1-2 минуты, чтобы деформация установилась. Затем по окулярным шкалам микроскопов следует произвести соответствующие отсчеты новых положений меток (a_i, b_i). Поскольку результирующее смещение метки в первом окуляре $\Delta a_i = a_i - a_0$, а во втором $\Delta b_i = b_i - b_0$, то с учетом цены деления окуляров (C_1 и C_2) абсолютное удлинение Δl_i участка проволоки рассчитывается по формуле

$$\Delta l_i = \Delta b_i C_2 - \Delta a_i C_1. \qquad (5)$$

Получаемые таким образом экспериментальные данные позволяют определить значение модуля Юнга.

Измерения и их обработка

1. Убедитесь, что проволока натянута грузом m_0, установленным на площадке для подвешивания гирь (диаметр проволоки 0,41 мм).
2. С помощью линейки измерьте расстояние l_0 между метками. Если оно менее 70 см, то увеличьте его и измерьте снова. Результат запишите в таблицу 2.
3. Определите цену деления окулярной шкалы каждого микроскопа. Для этого настройкой микроскопа добейтесь четкого изображения миллиметровки, закрепленной на его предметном столике. Затем подсчитайте количество делений окулярной шкалы, укладывающихся в одной клеточке миллиметровки. Если число делений N, то цена деления $C = 1/N$ мм. Для обоих микроскопов результаты (C_1 и C_2) занесите в таблицу 2.
4. Установите микроскопы напротив меток и настройкой добейтесь четкого изображения каждой метки.
5. По шкалам микроскопов снимите отсчеты, соответствующие начальным положениям меток (a_0, b_0). Отсчеты лучше снимать напротив острых краев соответствующих меток (на рис. 4 — слева). Результаты занесите в таблицу 2.
6. На груз m_0 положите груз известной массы m_1 и по шкалам микроскопов снимите отсчеты $(a_1,\ b_1)$, соответствующие новым положениям меток. Значения m_1, a_1, b_1 занесите в таблицу 3.
7. Добавьте новый груз известной массы m_2. В результате проволока окажется под воздействием грузов m_1 и m_2. Их общую массу ($m_1 + m_2$) и новые отсчеты по шкалам микроскопов $(a_2,\ b_2)$ занесите в таблицу 3. Далее последовательно добавляйте грузы и, всякий раз, заносите в таблицу 3 их суммарную массу (в столбец m_i) и соответствующие отсчеты по шкалам микроскопов (a_i, b_i). Масса m_0 при этом не учитывается.
8. Затем приступайте к последовательной разгрузке проволоки, снимая по одному грузу и записывая суммарную массу оставшихся грузов и соответствующие ей показания микроскопов.
9. Для грузов, имеющих общую массу m_i, рассчитайте абсолютное удлинение проволоки Δl_i (5) и вычислите значения относительного удлинения ε_i (2) и напряжения σ_i (4). Результаты занесите в таблицу 3.

10. На координатную плоскость (ε,σ) нанесите все экспериментальные точки (ε_i,σ_i). Для точек, соответствующих нагрузке и разгрузке, используйте различную маркировку. Проведите прямую линию, которая наилучшим образом аппроксимирует опытные данные (рис. 3), и вычислите модуль Юнга по формуле $E_0 = \dfrac{\sigma_*}{\varepsilon_*}$.
11. Для наибольшей массы грузов m_i рассчитайте относительную η_E и абсолютную m_E погрешности измерения модуля Юнга:
$$\eta_E = \frac{m_E}{E_0} \approx \frac{m_l}{l_0} + \frac{(m_a + m_b)}{b-a},$$
где m_l, m_a, m_b – систематические погрешности использованных приборов.
12. Окончательный результат для модуля Юнга представьте в виде доверительного интервала: $E = E_0 \pm m_E$, где $m_E = \eta_E \cdot E_0$

Таблица 2. Исходные данные

Начальные отсчеты в делениях	$a_0 =$	$b_0 =$
Цена деления окулярной шкалы микроскопа	$C_1 =$	$C_2 =$
Длина проволоки	$l_0 =$	
Диаметр проволоки	d =0,41мм	
g =9,81 м/с^2		

Таблица 3. Опытные данные.

№ измерения	m_i	Показания микроскопов в делениях				Δl_i	ε_i	σ_i
	кг	I		II		м	—	Н/м^2
		a_i	Δa_i	b_i	Δb_i			
1	$m_1 =$							
2	$m_1 + m_2 =$							
…	…	…	…	…	…	…	…	…

Контрольные вопросы

1. Какой физический смысл имеет модуль Юнга, какая у него размерность в системе Си? Какому материалу соответствует его измеренное значение (см. таблицу 1)?
2. Сформулируйте закон Гука и укажите границы его применимости, используя данные таблицы 1 и рис. 2. Проверьте справедливость применения закона Гука при определении модуля Юнга в данной лабораторной работе.
3. Найдите связь между модулем Юнга и коэффициентом жесткости проволоки.
4. Используя измеренное значение модуля Юнга, вычислите силу, необходимую для того, чтобы растянуть стержень квадратного поперечного сечения со стороной 1см на 0,1% длины.

Литература

1. Савельев И.В., Курс общей физики, т. 1, -М.: Наука, все издания.
2. Трофимова Т.И., Курс физики, -М.: Высшая школа, все издания; глава 4.
3. Веревочкин Ю.Г., Механика, -М.: МИИГАиК, 2005; §17.