

Лабораторная работа № 102

Определение скорости полета пули при помощи физического маятника

Приборы и принадлежности: физический маятник, пружинная пушка, две пули, линейка.

Цель работы: ознакомление с одним из методов определения скорости быстро движущихся тел.

Теория метода

В основу определения скорости быстро движущихся тел при помощи физического маятника положены законы сохранения момента импульса и энергии.

Физический маятник представляет собой твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси O , не проходящей через его центр масс C (см. рис.1).

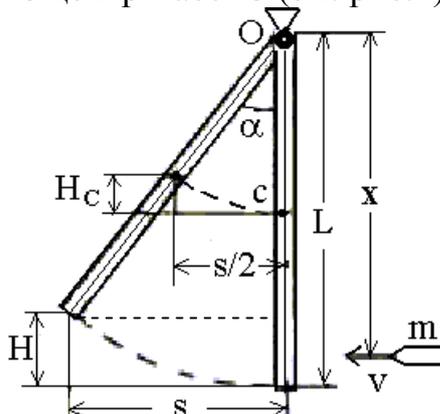


Рис. 1. Физический маятник.

В маятник массы M стреляют пулей, имеющей массу m ($m \ll M$) и скорость v .

После удара центр масс маятника поднимется на высоту H_c и сместится в горизонтальном направлении на величину $S/2$, если конец маятника смещается на S .

Полагая удар абсолютно неупругим, запишем закон сохранения момента импульса в виде

$$I_1 \omega_1 = (I_1 + I) \omega, \quad (1)$$

где $I_1 \cdot \omega_1$ — момент импульса пули относительно точки O ; $(I_1 + I) \cdot \omega$ — момент импульса маятника и пули после неупругого удара.

Момент импульса пули можно представить так:

$$I_1 \omega_1 = m x^2 \cdot (v/x) = mvx, \quad (2)$$

где x — расстояние от оси вращения O до точки удара пули.

Подставив формулу (2) в выражение (1) и полагая $I_1 \ll I$ (т.к. $m \ll M$), получим:

$$mvx = I\omega,$$

откуда

$$v = \frac{I\omega}{mx}, \quad (3)$$

где I — момент инерции маятника относительно оси O равный

$$I = (Ml^2)/3. \quad (4)$$

Закон сохранения момента импульса (1) можно применять не только к замкнутым системам, в которых внешние силы отсутствуют, но и к незамкнутой системе, если геометрическая сумма моментов внешних сил равна нулю. В момент удара на маятник будет действовать внешняя сила — сила реакции оси, но ее момент относительно оси вращения O равен нулю, т.к. линия ее действия проходит через ось. Момент другой силы — силы тяжести — относительно этой же оси в момент удара можно считать также равным нулю, если процесс удара и торможения пули протекает за столь малый промежуток времени Δt , что маятник за это время не успевает существенно отклониться от вертикального положения. Следовательно, хотя система "маятник–пуля" является незамкнутой, для нее справедлив закон сохранения момента импульса.

В настоящей работе используется баллистический метод изучения быстропротекающего процесса (полета пули). При этом момент инерции физического маятника делают большим, чтобы: 1) за время удара маятник практически не смещался от положения равновесия; 2) максимальное отклонение маятника от положения равновесия было небольшим.

Угловую скорость ω маятника после удара можно найти, если воспользоваться законом сохранения механической энергии в замкнутой системе "подвес–маятник–Земля". Если пренебречь трением в подвесе и сопротивлением воздуха, этот закон будет выполняться, так как в системе будут действовать лишь силы тяготения и упругости, являющиеся консервативными.

В момент максимального отклонения маятника от положения равновесия его кинетическая энергия, равная после удара пули $I\omega^2/2$, превращается в потенциальную, равную MgH_C . По закону сохранения энергии:

$$I\omega^2/2 = MgH_C,$$

откуда

$$\omega^2 = \frac{2MgH_C}{I}. \quad (5)$$

Выразим H_C через S — горизонтальное перемещение конца маятника, которое измерить в опыте проще, чем высоту подъема центра масс H_C . На рис.1 видно, что

$$H_C = \frac{H}{2} = \frac{L - L \cos \alpha}{2} = \frac{L}{2}(1 - \cos \alpha) = L \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Поскольку углы отклонения маятника малы, то $\sin(\alpha/2) \approx \alpha/2$ и $S \approx \alpha \cdot L$. Поэтому

$$H_c = L \left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 = \frac{S^2}{4L}. \quad (6)$$

Подставим выражения (4) и (6) в формулу (5):

$$\omega = \sqrt{\frac{2Mg \cdot 3 \cdot S^2}{M \cdot L^2 \cdot 4L}} = \sqrt{\frac{3g}{2L^3}} \cdot S. \quad (7)$$

Возвращаясь к формуле (3), получаем для скорости пули окончательное выражение:

$$V = \frac{I\omega}{m_x} = \frac{ML^2S}{3m_x} \sqrt{\frac{3g}{2L^3}} = \frac{MS}{m_x} \sqrt{\frac{gL}{6}}. \quad (8)$$

Описание установки

Установка для определения скорости пули (рис. 2) состоит из массивной подставки 1, пружинной пушки 2 и стойки 3, к которой подвешен физический маятник 4, выполненный в виде деревянной доски. К нижней части доски прикреплена чашка 5 с пластилином. Расстояние "х" следует измерять от точки попадания пули до оси подвеса маятника. С целью удобства его можно отсчитывать от линии а-а, утя, что Оа = 45 см. Для определения перемещения нижнего конца доски в горизонтальном направлении имеется шкала 6 с вертикальными штрихами.

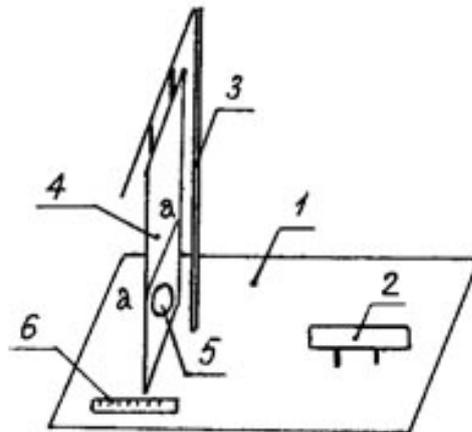


Рис.2. Схема лабораторной установки.

Измерения и обработка результатов

1. Занесите в таблицу 1 исходные данные для величин М, m, L, g и их погрешностей.

Таблица 1

M	m _M	m	m _m	L	m _L	g	m _g
кг	кг	кг	кг	м	м	м/с ²	м/с ²

2. Выровняйте поверхность пластилина. Произведите по пять выстрелов из пушки каждой из двух пуль, имеющих массы m_1 и m_2 . При этом будут получены две серии по пять измерений для горизонтальных перемещений S_i маятника и соответствующих им расстояний x_i . Указанные величины (x_i, S_i) занесите в таблицу, которую составьте самостоятельно.
3. Для каждой серии рассчитайте по методике обработки прямых измерений \bar{x} , \bar{S} , $m_{\bar{x}}$, $m_{\bar{S}}$.
4. Используя \bar{x} и \bar{S} , с помощью формулы (8) определите среднюю скорость каждой пули.
5. Рассчитайте относительную погрешность измерения скорости пули:

$$\eta_{\bar{v}} = \frac{m_{\bar{v}}}{\bar{v}} = \sqrt{\left(\frac{m_M}{M}\right)^2 + \left(\frac{m_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{m_{\bar{S}}}{\bar{S}}\right)^2 + \left(\frac{m_{\bar{x}}}{\bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{m_L}{2L}\right)^2 + \left(\frac{m_g}{2g}\right)^2}.$$

Среднюю квадратичную погрешность $m_{\bar{v}}$ найдите по формуле

$$m_{\bar{v}} = \bar{v} \cdot \eta_{\bar{v}}.$$

Результаты измерений и расчетов занесите в таблицу 2.

Таблица 2

m	\bar{x}	$m_{\bar{x}}$	\bar{S}	$m_{\bar{S}}$	\bar{v}	$\eta_{\bar{v}}$	$m_{\bar{v}}$
кг	м	м	м	м	м/с	-	м/с

Окончательно скорость каждой пули представьте в виде:

$$v = \bar{v} \pm m_{\bar{v}}.$$

Внимание! Несмотря на новую редакцию данной работы, в разделе «Измерения и обработка результатов» пока оставлены используемые в ранее изданных описаниях ряда лабораторных работ (до 2006г.) обозначения средней квадратической погрешности буквой m , например, для величины x : m_x , $m_{\bar{x}}$. В настоящее время, более правильным является использование других обозначений: s_x и $s_{\bar{x}}$, что отражает использование их в мировой практике: учебниках, калькуляторах и др. Более подробно см. описание лабораторной работы №100 «Проведение измерений и обработка их результатов».

Контрольные вопросы

1. Напишите закон сохранения момента импульса и закон сохранения энергии при условии, что удар пули в маятник абсолютно упругий и прямой.
2. Напишите закон сохранения момента импульса, полагая, что удар пули в маятник абсолютно упругий, но пуля отскочила от маятника в

горизонтальной плоскости под углом α к линии первоначального движения.

3. Укажите направление вектора момента импульса пули относительно точки подвеса, лежащей в вертикальной плоскости, в которой движется пуля.
4. Определите период свободных колебаний данного физического маятника.
5. Как по данным о величине деформации и жесткости пружины пушки рассчитать скорость пули заданной массы?

Литература:

1. Савельев И.В., Курс общей физики, т. 1, -М.: Наука, все издания.
2. Трофимова Т.И., Курс физики, -М.: Высшая школа, все издания; главы 3 и 4.
3. Веревошкин Ю.Г., Механика, -М.: МИИГАиК, 2005; §45 — 47, 49, 50, 54.